

Mesures, erreurs et incertitude

I) Introduction

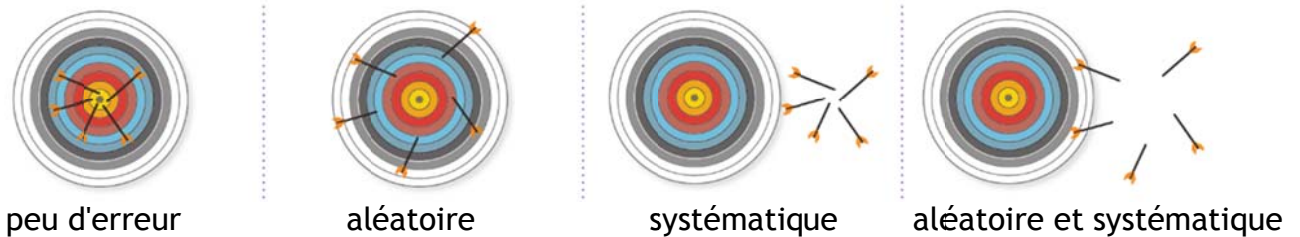
Lorsqu'on mesure une grandeur on obtient une **valeur mesurée** qui doit se trouver dans un intervalle acceptable appelé **intervalle de confiance**. La démarche permettant d'obtenir ces deux valeurs s'appelle le **mesurage**.

On appelle **valeur vraie** la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait, l'**erreur** étant l'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie.

II) Notion d'erreur

Erreur **aléatoire** : des mesurages identiques donnent des valeurs mesurées différentes.

Erreur **systématique** : des mesurages identiques donnent des valeurs mesurées qui s'écartent toutes de la valeur vraie en restant groupées.

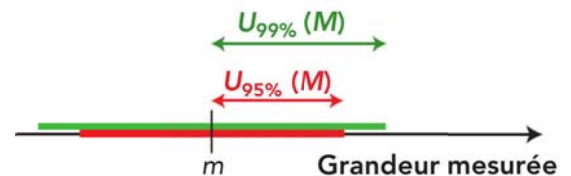


III) Incertitude et intervalle de confiance

L'**intervalle de confiance** est l'intervalle dans lequel la valeur vraie risque de se trouver. Sa largeur est telle qu'on pense y trouver la valeur vraie avec 95% ou 99% de chances.

Plus l'**incertitude U** est petite plus la mesure est "précise".

La valeur mesurée m est au centre de cet intervalle.



1. Mesures multiples

Lorsqu'un même opérateur effectue plusieurs mesures d'une même grandeur il trouve généralement des valeurs différentes. L'**incertitude de répétabilité U_m** représente l'incertitude liée à cette répétition de mesures.

$$U(m) = k \times \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} \text{ avec l'écart type des valeurs mesurées } \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_k - \bar{m})^2}{n-1}}$$

Remarque :

- L'écart type sera calculé à l'aide de la calculatrice.
- Le **facteur d'élargissement k** dépend du nombre de mesures effectuées et de l'indice de confiance souhaité (95%, 99%...). Ce nombre sera donné dans des tables.

2. Mesure unique

Dans le cas où plusieurs mesures ne sont pas possibles (mesure de température sur un thermomètre par exemple) il faut utiliser les sources d'erreurs liées à l'instrument de mesure.

Les **relations seront données** lors du BAC.

A titre d'exemple, pour un indice de confiance de 95%, la lecture sur un appareil gradué aura pour incertitude :

$$U_{lecture} = \frac{2 \text{ graduations}}{\sqrt{12}}$$

Pour une lecture double (burette par exemple) : $U_{double \text{ lecture}} = \sqrt{2} \times U_{lecture}$

IV) Ecriture du résultat

1. Convention d'écriture

Le résultat du mesurage s'écrit : $M = m \mp U(m)$

- L'incertitude $U(m)$ est arrondie à la valeur supérieure, avec au plus 2 chiffres significatif.
- Les chiffres retenus pour la valeur mesurée m sont ceux sur lesquels portent l'incertitude.

2. Incertitude relative

Pour une mesure : $\frac{U(m)}{m}$ et doit être inférieure à 1% pour que la mesure soit de bonne qualité.

Par rapport à une référence : $\frac{|m_{\text{mesurée}} - m_{\text{référence}}|}{m_{\text{référence}}}$

3. Améliorer la mesure

Choisir du matériel avec la meilleure "précision" possible et l'utiliser correctement.
Augmenter le nombre de mesures pour éliminer les valeurs "absurdes".
Eviter les calculs intermédiaires ou conserver tous les chiffres lors des calculs

V) Exercices

On donne les facteurs d'élargissements (n = nombre de mesures) suivants pour tous les exercices.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$k_{95\%}$	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,23	2,20	2,18	2,16	2,15	2,13
$k_{99\%}$	63,7	9,93	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,36	3,25	3,17	3,11	3,06	3,01	2,98	2,95

1. Mesures multiples : chute libre

La durée Δt de la chute d'un objet depuis un balcon est mesurée 16 fois.

1,38	1,45	1,41	1,45	1,43	1,41	1,46	1,39	1,43	1,48	1,38	1,44	1,40	1,42	1,39	1,44
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- 1) Calculer l'écart type de cette série de mesure.
- 2) Déterminer l'incertitude de répétabilité avec un niveau de confiance de 95% puis de 99%.

2. Mesure unique : lecture simple

On mesure la température avec un thermomètre gradué au 1/10^e de degré.

- 1) Calculer l'incertitude de cette mesure pour un niveau de confiance de 95%.
- 2) La valeur mesurée vaut 37,4°C. Exprimer correctement le résultat du mesurage.

3. Mesure unique : lecture double

On mesure, sur un oscillogramme, la période d'un signal. Les graduations sont de 0,2 div.
Le balayage est réglé sur la valeur 5,0ms/div.

- 1) Calculer l'incertitude liée à la double lecture, pour un niveau de confiance de 95%.
- 2) Comment allez-vous arrondir vos résultats dans la réalité ?

4. Tolérance de l'appareil connue

On mesure 10,0 mL de liquide avec une pipette de tolérance $t = \pm 0,02$ mL.

L'incertitude liée à la tolérance vaut $\frac{2t}{\sqrt{3}}$.

- 1) Calculer l'incertitude sur la mesure du volume liée à la tolérance de la pipette.