Physique
07

Puissance en régime sinusoïdal

I) Puissance instantanée

Si on prend l'intensité comme origine des phases alors :
$i(t) = I_{Max}.\sin(\omega t)$
$u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_{u/i})$

La puissance instantanée **reçue** par un dipôle est égale au produit de la tension entre les bornes du dipôle par l'intensité qui le traverse :
Si **p>0** le dipôle consomme de la puissance : **récepteur**
Si **p<0** le dipôle fournit de la puissance : **générateur**

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t).i(t) \\ &= I_{Max}.\sin(\omega t) \times U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_{u/i}) \\ &= I_{Max} \times U_{Max}\sin(\omega t) \times \sin(\omega t + \varphi_{u/i}) \end{aligned}$$

Or $\sin(a) \times \sin(\mathrm{b}) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

Donc $p(t) = \frac{I_{Max} \times U_{Max}}{2} \times \left[\cos(\varphi_{u/i}) - \cos(2\omega t + \varphi_{u/i})\right]$
Soit :

$$\boldsymbol{p(t) = U.I.\cos(\varphi_{u/i}) - U.I.\cos(2\omega t + \varphi_{u/i})}$$

La puissance instantanée est donc la somme d'un terme constant $\boldsymbol{U.I.\cos(\varphi_{u/i})}$ et d'une fonction sinusoïdale de pulsation $\boldsymbol{2\omega}$.

II) Les différentes puissances

Unités
S en ***var***
U en ***V***
I en ***A***

II.1) Puissance apparente

Notée S, c'est le produit des valeurs efficaces : $\boldsymbol{S = U.I}$

La puissance apparente n'a pas de "réalité" physique. Pour cette raison elle ne s'exprimera pas en Watts mais en var (Volt Ampère réactifs).

II.2) Puissance active

C'est la **puissance moyenne** consommée en régime sinusoïdal (constante sur une période).
Elle a pour expression : $\boldsymbol{P = U.I.\cos(\varphi_{u/i})}$

Unités
P en ***W***
U en ***V***
I en ***A***

U et I étant les valeurs efficaces, $\boldsymbol{\cos(\varphi_{u/i})}$ est le **facteur de puissance**.

II.3) Puissance réactive

La puissance réactive est une puissance fictive qui n'a de puissance que le nom. Il ne lui correspond aucune production d'énergie dans le circuit.

Elle a pour expression : $\boxed{Q = U.I.sin(\varphi_{u/i})}$

Unités
Q en **var**
U en **V**
I en **A**

II.4) Théorème de Boucherot

Les puissances actives et réactives absorbées par un groupement de dipôles s'additionnent :

Pour une installation on peut dire que :

- La puissance active de l'installation est égale à la somme de celles des appareils.

$$P_{installation} = \sum P_{appareils}$$

- La puissance réactive de l'installation est égale à la somme de celles des appareils.

$$Q_{installation} = \sum Q_{appareils} = \sum Q_{inductifs} - \sum Q_{capacitifs}$$

III) Puissances des différents dipôles

III.1) Conducteur ohmique

$\varphi_{u/i} = 0 \; et \; U = R \times I$

$$\boxed{P = R \times I^2 = \frac{U^2}{R} \quad ; \quad Q = 0}$$

Le conducteur ohmique ne consomme que de la puissance active dissipée par effet Joule.

III.2) Bobine parfaite

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2} \; et \; U = L\omega \times I$

$$\boxed{P = 0 \quad ; \quad Q = L\omega \times I^2 = \frac{U^2}{L\omega}}$$

La bobine ne consomme que de la puissance réactive.

III.3) Condensateur parfait

$\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2} \; et \; U = \frac{I}{C\omega}$

$$\boxed{P = 0 \quad ; \quad Q = -\frac{I^2}{C\omega} = -C\omega U^2}$$

Le condensateur ne fournit que de la puissance réactive.

III.4) Dipôle RLC

Si on observe le diagramme de Fresnel du dipôle RLC on peut dire :

$\cos(\varphi_{u/i}) = \frac{R}{Z_{RLC}} \; et \; U = Z_{RLC} \times I$

Donc : $\mathrm{P} = \mathrm{UIcos}(\varphi_{u/i}) = \mathrm{R} \times \mathrm{I}^2$

La puissance active est dissipée dans le dipôle RLC par effet Joule.

$$\boxed{P = R \times I^2}$$

IV) Facteur de puissance

IV.1) Définition

Le facteur de puissance **k** est définit comme le quotient de la puissance active par la puissance apparente.

$$\boldsymbol{k = cos(\varphi_{u/i})}$$

IV.2) Importance du facteur de puissance

Si une installation consomme la puissance active suivante : $P = U.I.cos(\varphi_{u/i})$

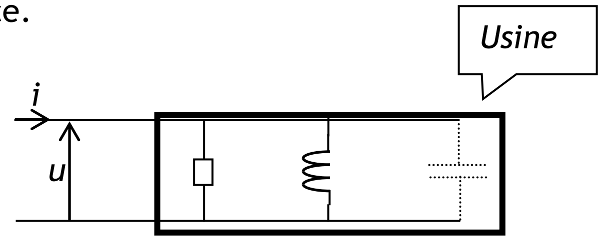
Alors l'intensité dans les lignes de transport vaut : $I = \frac{P}{U.cos(\varphi_{u/i})}$

On peut alors calculer a valeur des pertes en ligne subies par EDF. Si les lignes ont une résistance totale égale à R alors : $P_{Joule} = \mathrm{R.I}^2 = \frac{R.P^2}{U^2.cos^2(\varphi_{u/i})}$

On voit donc que **les pertes sont donc d'autant plus grandes que le facteur de puissance est petit**, donc que Q est grand.
Afin d'éviter ces pertes EDF impose à ses utilisateurs d'avoir un facteur de puissance minimum de 0,93 (sous peine de pénalisation sur leur facture).

IV.3) Relever le facteur de puissance

Un condensateur ne consommant pas de puissance active, il faut en ajouter un en parallèle dans l'installation pour relever le facteur de puissance.



Avant l'ajout du condensateur :
$P = U.I.cos(\varphi_{u/i})$ *et* $Q = P.tan(\varphi_{u/i})$
Après l'ajout du condensateur :
$P' = U.I'.cos\left(\varphi'_{\frac{u}{i}}\right)$ *et* $Q' = P'.tan(\varphi'_{u/i})$

Le condensateur ne consommant pas de puissance active on peut écrire :
$P = P' \Leftrightarrow I.cos(\varphi_{u/i}) = I'.cos(\varphi'_{u/i})$

L'ajout du condensateur modifie la puissance réactive :
$\mathrm{Q}' = \mathrm{Q} + \mathrm{Q}_C = \mathrm{Q} - C\omega\mathrm{U}^2 \Leftrightarrow \mathrm{P.tan}(\varphi'_{\mathrm{u/i}}) = \mathrm{P.tan}(\varphi_{\mathrm{u/i}}) - C\omega\mathrm{U}^2$

La capacité à ajouter pour atteindre le nouveau facteur de puissance vaut donc :

$$\boldsymbol{C = P \times \frac{tan(\varphi_{u/i}) - tan(\varphi'_{u/i})}{\omega U^2}}$$