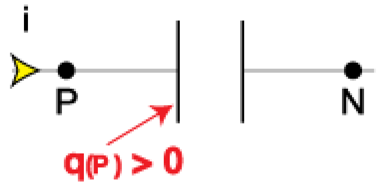
Physique
02

Condensateur : charge et décharge

I) Le condensateur

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant ou diélectrique (de permittivité ε).

Il est caractérisé par sa **capacité C** qui s'exprime en **Farads** (**F**) et porte une **charge q** qui s'exprime en **Coulombs** (**C**).



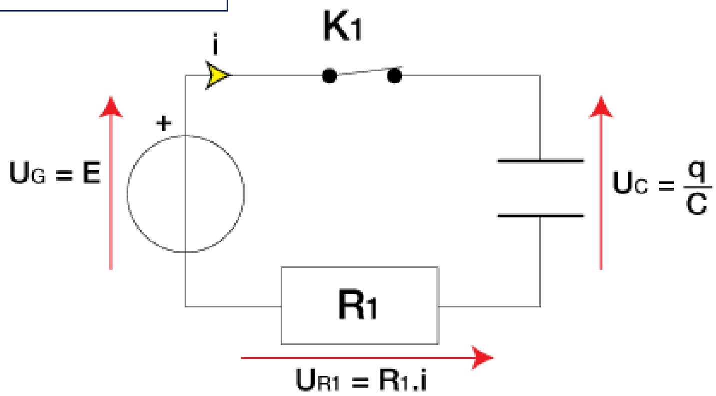
Sous une tension U il porte une charge : $\boxed{q = C.U}$

II) Charge d'un condensateur

II.1) Mise en équation

On applique la loi des mailles :
$U_{R1} + U_C - U_G = 0$
soit
$E = R_1.i + U_C$
de plus $q = C.U_C$ et $i = dq/dt$ d'où
$i = C.d(U_C/dt)$ d'où

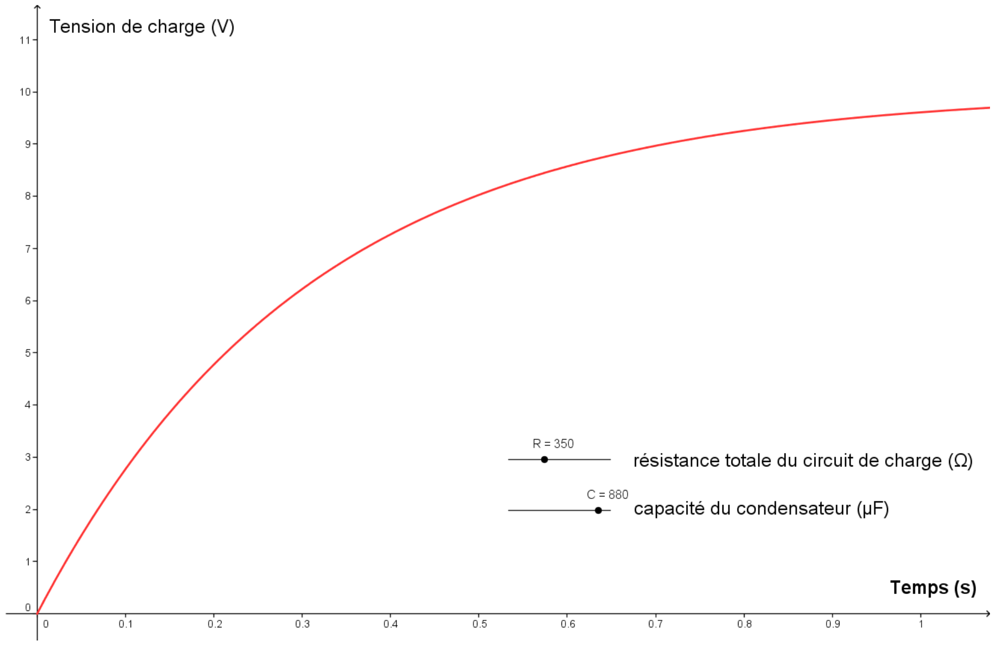
$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$



II.2) Solution de l'équation

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution : $U_C = E(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$

II.3) Représentation graphique de la tension de charge

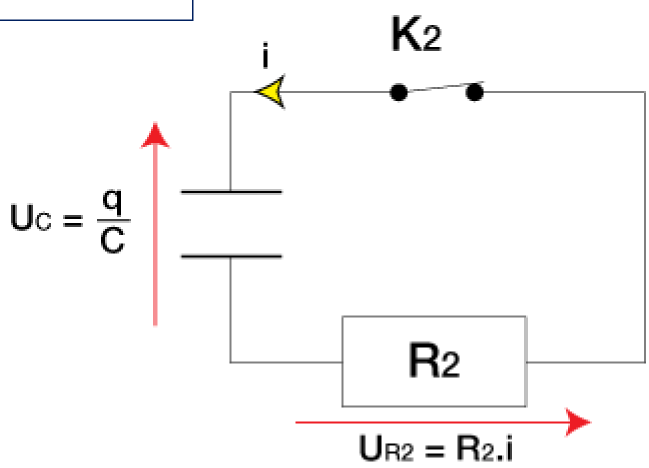


III) Décharge d'un condensateur

III.1) Mise en équation

On applique la loi des mailles :
$U_C - U_{R2} = 0$
soit
$U_C + R_2.i = 0$
de plus $q = C.U_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ d'où
$i = C.\frac{dU_C}{dt}$ d'où

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$



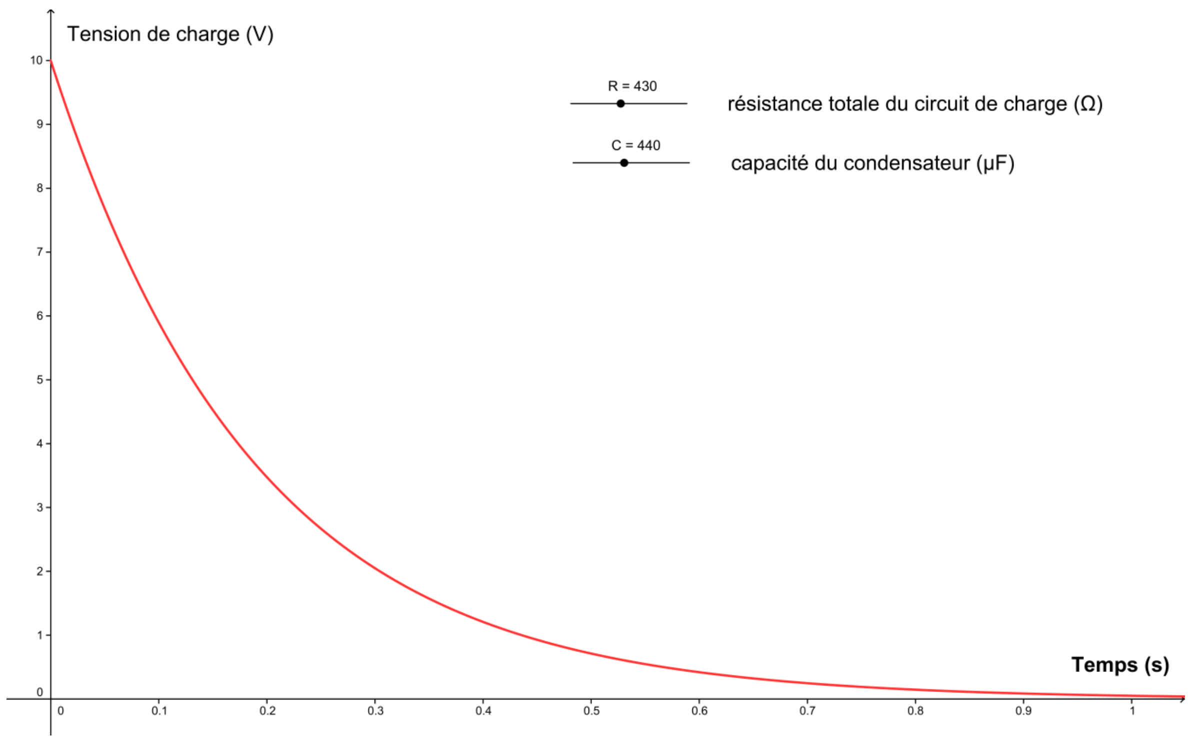
Remarque :
$i = \frac{dq}{dt}$ et q décroit puisque le condensateur se décharge donc i<0. Le courant va donc dans le sens opposé à celui représenté sur le schéma.

III.2) Solution de l'équation

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution :

$$U_C = E.e^{\frac{-t}{RC}}$$

III.3) Représentation graphique de la tension de décharge



IV) Détermination de la constante de temps

IV.1) Constante de temps

La rapidité de la charge ou de la décharge dépend de la constante de temps.
On la note :

$$\boxed{\tau = R.C}$$

Cette constante de temps s'exprime en secondes, la résistance en ohm et la capacité en Farads.

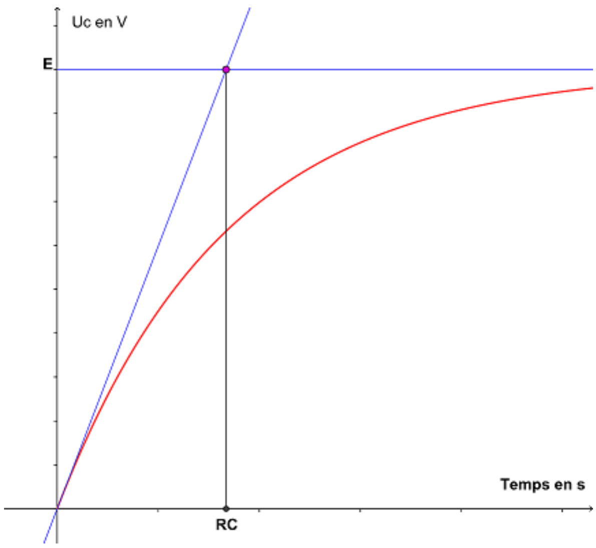
IV.2) Détermination graphique

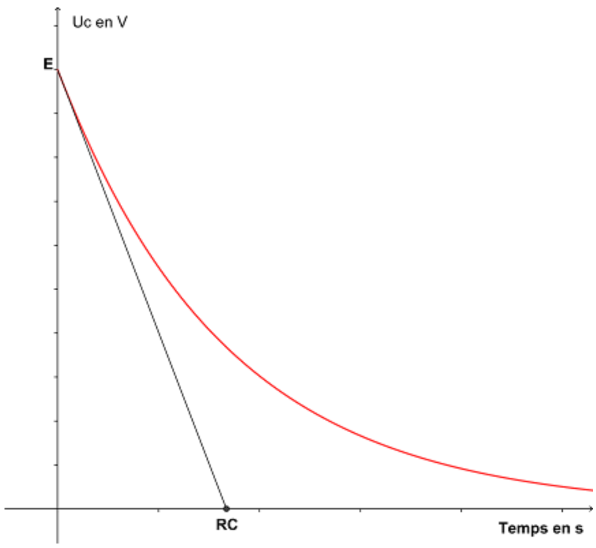
a) Tangente à l'origine

Si on calcule le coefficient directeur de la tangente à l'origine on trouve :

	Charge	Décharge
Expression de la tension de charge	$U_C = E(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$	$U_C = E.e^{\frac{-t}{RC}}$
Dérivée de la tension de charge	$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$	$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$
Dérivée de la tension de charge au temps t=0	$\frac{dU_C(0)}{dt} = \frac{E}{RC} = \frac{E}{\tau}$	$\frac{dU_C(0)}{dt} = -\frac{E}{RC} = -\frac{E}{\tau}$

Au bout d'un temps τ la tension varie donc de E (positif pour la charge, négatif pour la décharge).

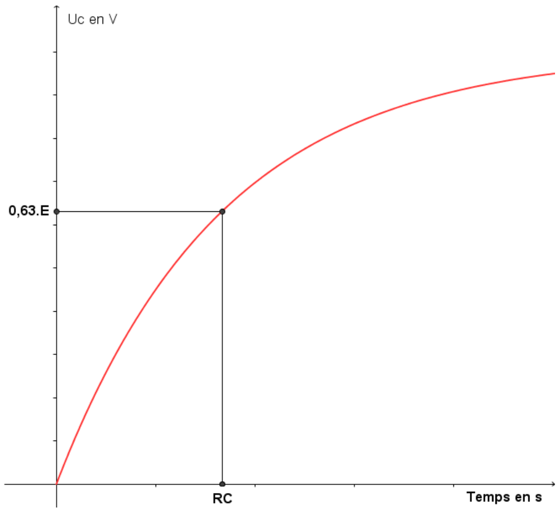


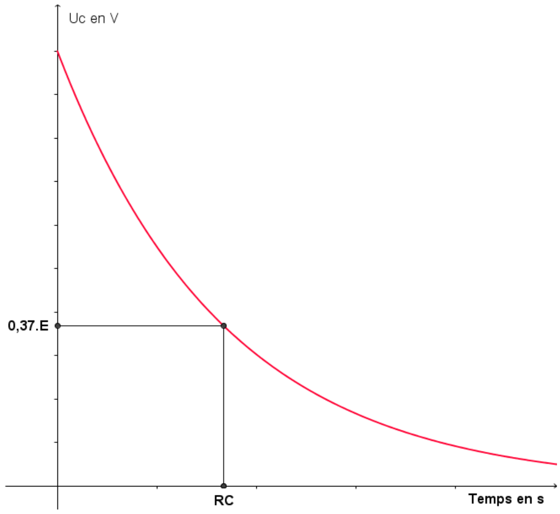


b) Charge et décharge au bout d'un temps τ

Au temps τ l'expression comprise dans l'exponentielle est égale à -1.

La valeur de la **charge** est donc égale à 0,63 x E soit **63%** de la charge maximale.
La valeur de la **décharge** est donc égale à 0,37 x E soit **37%** de la charge maximale.





IV.3) Charge et décharge complètes

On considère que la charge et la décharge sont complètes lorsque la tension est égale à 99% de la tension maximale (pour la charge) et 1% de la tension maximale (pour la décharge).
Ceci correspond à une valeur du temps égale à 5τ (car $e^{-5} = 0{,}0067 < 1\%$).

Pour t = 5τ on considère que le régime permanent est atteint.

V) Energie emmagasinée

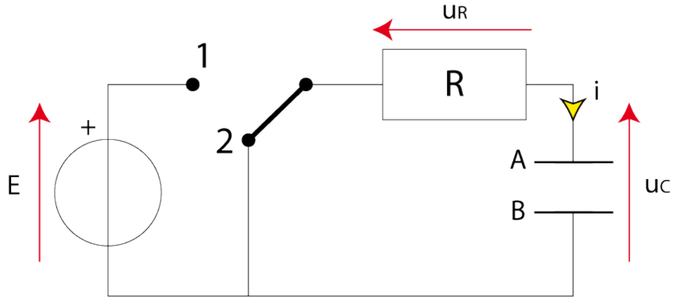
La charge terminée le condensateur a emmagasiné une énergie :

L'énergie s'exprime en Joules

$$W = \frac{1}{2} C.U^2$$

Devoir

Le montage suivant permet d'étudier l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes d'un condensateur de capacité C en série avec une résistance R.



Le commutateur (interrupteur à plusieurs positions) a deux positions possibles repérées par 1 et 2. Une interface reliée à un ordinateur permet de saisir les valeurs instantanées de cette tension $u_c(t)$. Initialement, le commutateur est depuis longtemps en position 2 et le condensateur et déchargé.

Donnée : E=5,0V

I.1) Partie 1

1) Comment faut-il manipuler le commutateur pour obtenir la courbe du document 1 ?
2) En respectant les conventions d'orientation du schéma du circuit :
   a) Préciser le signe de l'intensité i(t) lors de la décharge.
   b) Ecrire la relation entre l'intensité i(t) et la tension $u_R(t)$.
   c) Ecrire la relation entre la charge q(t) de l'armature A et la tension $u_C(t)$.
   d) Ecrire la relation entre l'intensité i(t) et la charge q(t).
   b) Ecrire la relation entre les tensions $u_R(t)$ et $u_C(t)$ lors de la décharge
3) En déduire la forme de l'équation différentielle vérifiée par $u_R(t)$ lors de la décharge
4) Que représente le terme RC ?
5) Déterminer la valeur de RC par une méthode graphique.

I.2) Partie 2

La solution de l'équation différentielle précédemment établie est de la forme :

$$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

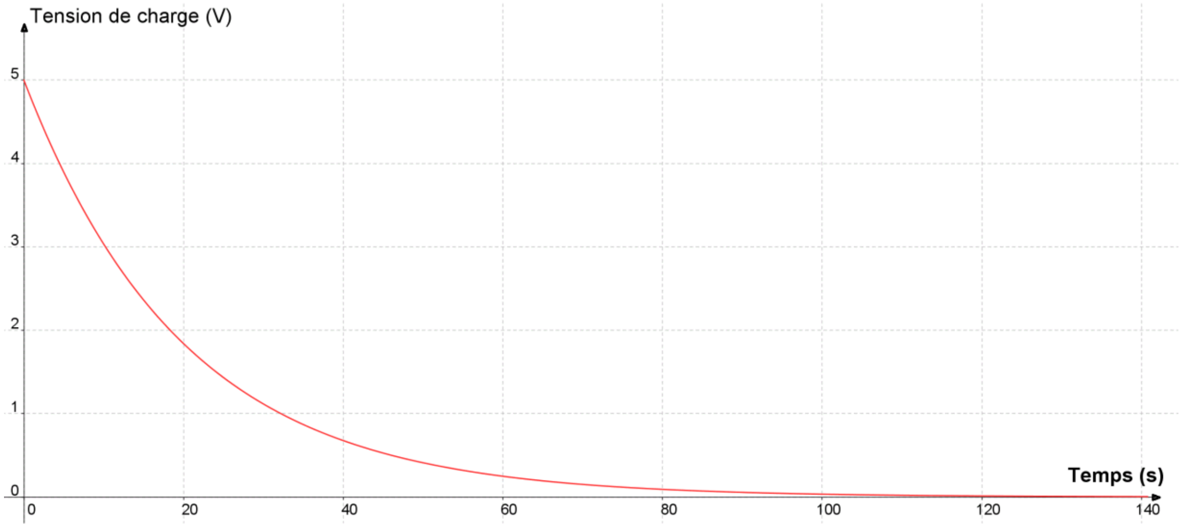
1) Donner l'expression de $\ln(u_C)$.
2) Le document 2 donne la courbe $\ln(u_C) = f(t)$. Montrer que cette courbe est en accord avec l'expression trouvée au a).
3) Laquelle de ces tois valeurs de τ (constante de temps) est en accord avec la modélisation ? τ=0,46 ms τ=2,2 ms τ=22 ms

I.3) Partie 3

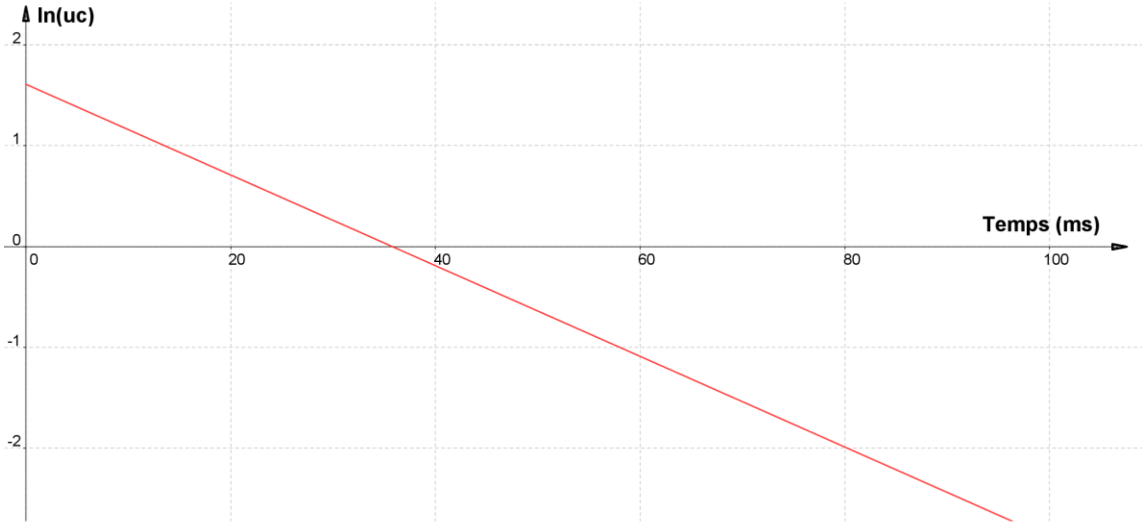
Le document 3 montre le pourcentage de charge $p = 100 \times (\frac{u_C}{E})$ restant à la date t.

n représente la durée de décharge (n=1 pour t=τ , n=2 pout t=2τ ...)

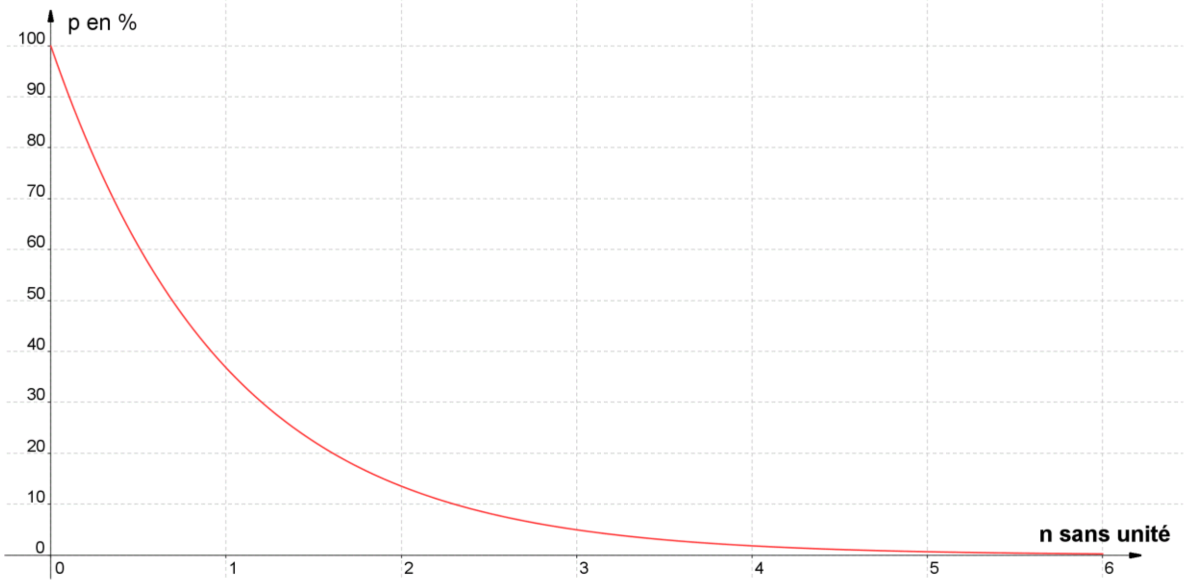
1) Pour n=1 déterminer graphiquement le pourcentage de charge restante.
2) Pour quelle valeur de n la décharge peut-elle être considérée comme terminée ?



document 1



document 2



document 3