2014-2016

Physique

BTS Métiers de l'eau

Professeur : H. ABBES

Lycée Pierre Gilles de Gennes

2014 - 2016

SOMMAIRE

SOMMAIRE **2**

GENERALIES EN ELECTRICITE **5**

I) LOIS GENERALES 5
 I.1) Intensité électrique *5*
 I.2) La tension électrique *5*
 I.3) Remarques *5*
II) CONVENTIONS EN ELECTRICITE 5
III) DIFFERENTS DIPOLES 6
 III.1) Générateurs *6*
 III.2) Récepteurs *6*
IV) ASSOCIATION DE DIPOLES 7
 IV.1) Association de résistance *7*
 IV.2) Association de condensateurs *7*

EXERCICES P01 .... **8**

I) DIAGRAMMES 8
II) DETERMINER LA VALEUR DE L'INTENSITE 8

ETUDE DU DIPOLE RC **9**

I) LE CONDENSATEUR 9
II) CHARGE D'UN CONDENSATEUR 9
 II.1) Mise en équation *9*
 II.2) Solution de l'équation *9*
 II.3) Représentation graphique de la tension de charge *9*
III) DECHARGE D'UN CONDENSATEUR 9
 III.1) Mise en équation *10*
 III.2) Solution de l'équation *10*
 III.3) Représentation graphique de la tension de décharge *10*
IV) DETERMINATION DE LA CONSTANTE DE TEMPS 11
 IV.1) Constante de temps *11*
 IV.2) Détermination graphique *11*
 IV.3) Charge et décharge complètes *12*
V) ENERGIE EMMAGASINEE 12

EXERCICES P02 .... **13**

I) CHARGE ET DECHARGE D'UN CONDENSATEUR 13
II) DUREE DE CHARGE 13
III) CHARGE ET DECHARGE 13
 III.1) Charge *13*
 III.2) Détermination de la capacité *13*
IV) UTILISATION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES 13
V) DEVOIR 14
 V.1) Partie 1 .... *14*
 V.2) Partie 2 .... *14*
 V.3) Partie 3 .... *14*

REGIMES SINUSOÏDAUX **16**

I) LOIS GENERALES 16
II) DEFINITIONS ET CARACTERISTIQUES 16
 II.1) Conventions d'écriture *16*
 II.2) Définitions *16*
 II.3) Exercices *16*
III) DEPHASAGE ENTRE DEUX TENSIONS DE MEME FREQUENCE 17
 III.1) Définition *17*
 III.2) Déphasage tension-intensité *17*

EXERCICES P03 .... **19**

I) De l'expression aux caracteristiques 19
II) Des caracteristiques a l'expression 19
III) Dephasage 19
IV) Notion d'impedance 19
V) Determiner l'intensite dans un dipole 19
VI) Impedance de dipole 20
VII) Resonance 20

IMPEDANCES EN REGIME SINUSOÏDAL 21

I) Les differents dipoles 21
I.1) Conducteur ohmique 21
I.2) Générateur 21
I.3) Condensateur 21
I.4) Bobine 21
II) Impedance des dipoles 21
II.1) Représentation de Fresnel 21
II.2) Résistance R 22
II.3) Bobine L 22
II.4) Condensateur C 22
II.5) Dipôle RL série 22
II.6) Dipôle RC série 23
II.7) Dipôle RLC série 23
III) Remarques : deriver et integrer des fonctions sinusoïdales 24
III.1) Dériver 24
III.2) Intégrer 24

RESONANCE EN INTENSITE 25

I) Experience et observations 25
I.1) Expérience 25
I.2) Observations 25
II) Etude theorique 25
III) Remarques 26
III.1) Bande passante 26
III.2) Acuité de résonance, facteur de qualité 26

CIRCUIT RLC EN DERIVATION 27

I) Montage et conventions 27
II) Etude theorique 27
II.1) Intensité dans la résistance 27
II.2) Intensité dans la bobine 27
II.3) Intensité dans le condensateur 27
II.4) Intensité totale dans le dipôle RLC 28

PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL 29

I) Puissance instantanee 29
II) Les differentes puissances 29
II.1) Puissance apparente 29
II.2) Puissance active 29
II.3) Puissance réactive 30
II.4) Théorème de Boucherot 30
III) Puissances des differents dipoles 30
III.1) Conducteur ohmique 30
III.2) Bobine parfaite 30
III.3) Condensateur parfait 30
III.4) Dipôle RLC 30
IV) Facteur de puissance 31
IV.1) Définition 31
IV.2) Importance du facteur de puissance 31
IV.3) Relever le facteur de puissance 31

PUISSANCES EN MONOPHASE 32

I) Circuit RL serie 32
II) Ampoules "basse consommation" 32
III) Augmenter le facteur de puissance 32
IV) Circuit RL .... Erreur ! Signet non defini.
V) 33
VI) 33

PUISSANCES EN MONOPHASE : CORRIGES 34

I) Circuit RL serie 34
II) Ampoules "basse consommation" 34
III) Augmenter le facteur de puissance 35
IV) Circuit RL .... Erreur ! Signet non defini.

SYSTEMES TRIPHASES EQUILIBRES 36

I) Avantages par rapport au monophase : 36
II) Tensions simples et composees 36
1) Tensions simples (ou étoilées) 36
2) Tensions composées 36
III) Recepteurs triphases equilibres 37
3) Couplage en étoile 37
4) Couplage en triangle 37
II) Pertes par effet Joule 37
1) Couplage en étoile 37
2) Couplage en triangle 37

PUISSANCES EN TRIPHASE 38

I) Exercice 1 38
II) Exercice 2 38
III) Exercice 3 38
IV) Exercice 4 38

PUISSANCES EN TRIPHASE : REPONSES 39

I) Exercice 1 39
II) Exercice 2 39
III) Exercice3 40
IV) Exercice4 40

AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL 41

I) Generalites 41
II) Montage suiveur 41
III) Montage amplificateur non inverseur 41
IV) Montage amplificateur inverseur 42
V) Montage sommateur 42
VI) Montage integrateur inverseur 42
VII) Comparateur : montage non lineaire 42

EXERCICES P09 43

I) Exercice 1 43
II) Exercice 2 43
III) Exercice 3 43
IV) Exercice4 44
V) Exercice 5 44

Physique
01

Généraliés en électricité

I) Lois générales

I.1) Intensité électrique

a) Définition

Notée i, elle représente le débit d'électrons (porteurs de charges électriques) :

$\boldsymbol{i = \frac{dq}{dt}}$avec la charge en coulombs (C) et le temps en secondes (s).

On rappelle la valeur de la **charge élémentaire** : $\boldsymbol{e = 1,6.10^{-19}C}$

La charge transportée par une mole d'électrons s'appelle la **constante de Faraday** et vaut :
$q = 1 \times 6{,}02.10^{23} \times 1{,}6.10^{-19} \approx 96500\ C$ $\boldsymbol{\mathcal{F} = 96500\ C.mol^{-1}}$

b) Loi des nœuds

A un nœud, la somme des intensités qui arrivent est égale à la somme des intensités qui partent.

I.2) La tension électrique

a) Définition

Aussi appelée **différence de potentiel** (d.d.p), elle se note $U_{AB} = V_A - V_B$ et s'exprime en Volt de symbole V.

b) Loi des mailles

Dans une maille, si on part d'un point et qu'on y revient, la somme algébrique des tensions est nulle : $u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = 0$

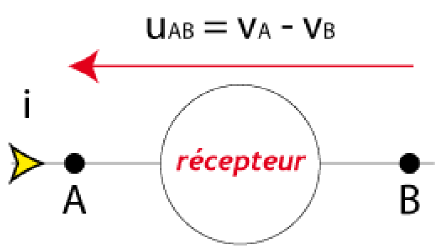
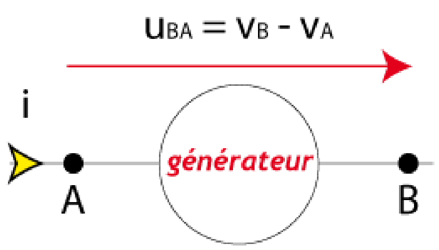
I.3) Remarques

La tension et l'intensité sont des grandeurs algébriques. Dans les circuits complexes on choisira un sens arbitraire pour le courant, le sens réel sera déterminé par le calcul (valeur positive si le courant circule dans le sens choisi, négative s'il est dans le sens contraire).

II) Conventions en électricité

Les **valeurs instantanées** s'écriront en minuscule, les **valeurs efficaces** en majuscule.
Le courant "descend les potentiels", pour cette raison la tension est positive quand :

- elle est dans le sens du courant pour les **générateurs**
- elle s'oppose au courant pour les **récepteurs**.

Récepteurs La tension s'oppose au passage du courant	Générateurs La tension est dans le sens du courant
	

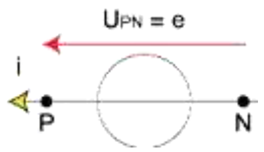
III) Différents dipôles

III.1) Générateurs

Pour les générateurs, la tension est positive si elle est dans le sens du courant.

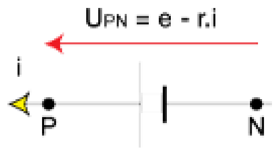
a) Générateur "parfait"

Il s'agit d'un générateur n'ayant pas de résistance interne.
La tension qu'il délivre est continue.
$u_{PN} = e$



b) Générateur réel

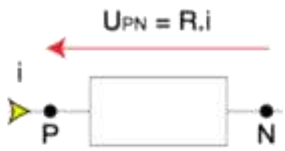
A cause de sa résistance interne la tension qu'il délivre diminue lorsqu'il débite du courant.
$u_{PN} = e - r.i$



III.2) Récepteurs

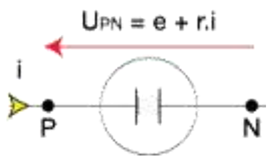
a) Conducteur ohmique

Ce récepteur transforme l'énergie électrique en énergie thermique. Il sert à abaisser l'intensité dans un circuit. L'expression de la tension entre ses bornes est :
$u_{PN} = r.i$



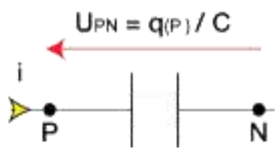
b) Electrolyseur

Il transforme l'énergie électrique qu'il reçoit en énergie chimique. L'expression de la tension entre ses bornes est :
$u_{PN} = e + r.i$



c) Condensateur

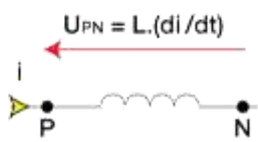
Ce dipôle permet de stocker de l'énergie : il peut se charger ou se décharger. L'expression de la tension entre ses bornes est :
$u_{PN} = q_{(P)} / C$



Remarque : le courant arrive sur la plaque porteuse de la charge positive

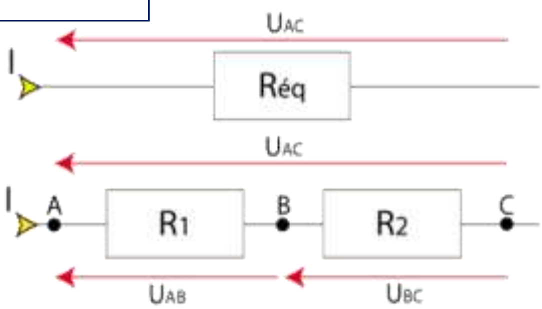
d) Bobine

Une bobine est faite de l'enroulement d'un fil conducteur (généralement en cuivre).L'expression de la tension entre ses bornes est :
$u_{PN} = L.di(t)/dt$



IV) Association de dipôles

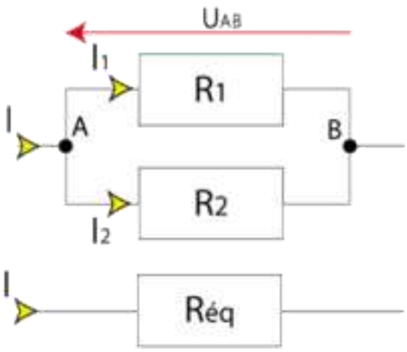
IV.1) Association de résistance



En série :

$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC} = R_1 \times i + R_2 \times i$
$= (R_1 + R_2) \times i = R_{éq} \times i$

On en déduit $\boldsymbol{R_{éq} = R_1 + R_2}$



En dérivation :

$i = i_1 + i_2 \Leftrightarrow \frac{u_{AB}}{R_{éq}} = \frac{u_{AB}}{R_1} + \frac{u_{AB}}{R_2}$

On en déduit $\boldsymbol{\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

IV.2) Association de condensateurs

On utilise les mêmes schémas et conventions que pour les résistances ci-dessus, on remplace simplement les résistances par les condensateurs C_1, C_2 et $C_{éq}$.

En série :

$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC} \Leftrightarrow \frac{q}{C_{éq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$

On en déduit $\boldsymbol{\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$

En dérivation :

$q = q_1 + q_2 \Leftrightarrow C_{éq} \times u_{AB} = C_1 \times u_{AB} + C_2 \times u_{AB}$

On en déduit $\boldsymbol{C_{éq} = C_1 + C_2}$

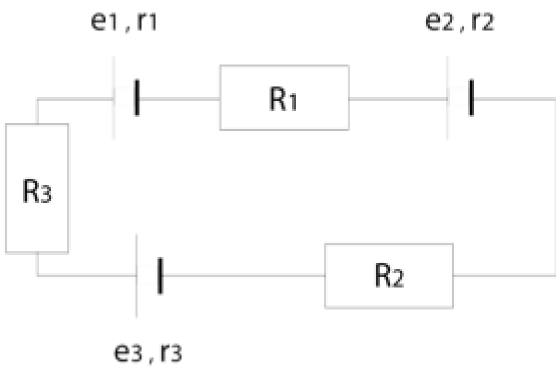
Exercices P01

I) Diagrammes

Dessiner les diagrammes u=f(i) d'un résistor, d'un générateur continu et d'un électrolyseur.

II) Déterminer la valeur de l'intensité

e1 = 12V	r1 = 2,0Ω	
e2 = 6,0V	r1 = 1,0Ω	
e3 = 24V	r1 = 3,5Ω	
R1 = 10Ω	R2 = 12Ω	R3 = 18Ω



1) Refaire le circuit en remplaçant chaque générateur par son dipôle équivalent.
2) Choisir le sens du courant et représenter toutes les tensions.
3) Appliquer la loi des mailles et en déduire l'intensité I dans le circuit.

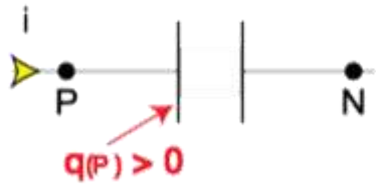
Physique 02

Etude du dipôle RC

I) Le condensateur

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant ou diélectrique (de permittivité ε).

Il est caractérisé par sa **capacité C** qui s'exprime en **Farads** (**F**) et porte une **charge q** qui s'exprime en **Coulombs** (**C**).



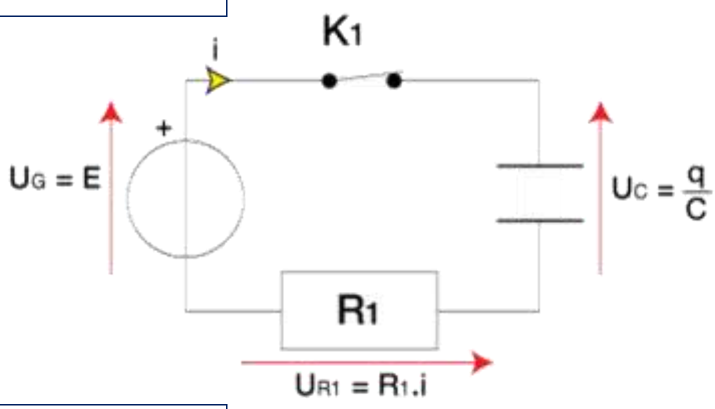
Sous une tension U il porte une charge : $\boxed{q = C.U}$

II) Charge d'un condensateur

II.1) Mise en équation

On applique la loi des mailles :
$U_{R1} + U_C - U_G = 0$
soit
$E = R_1.i + U_C$
de plus $q = C.U_C$ et $i = dq/dt$ d'où
$i = C.d(U_C/dt)$ d'où

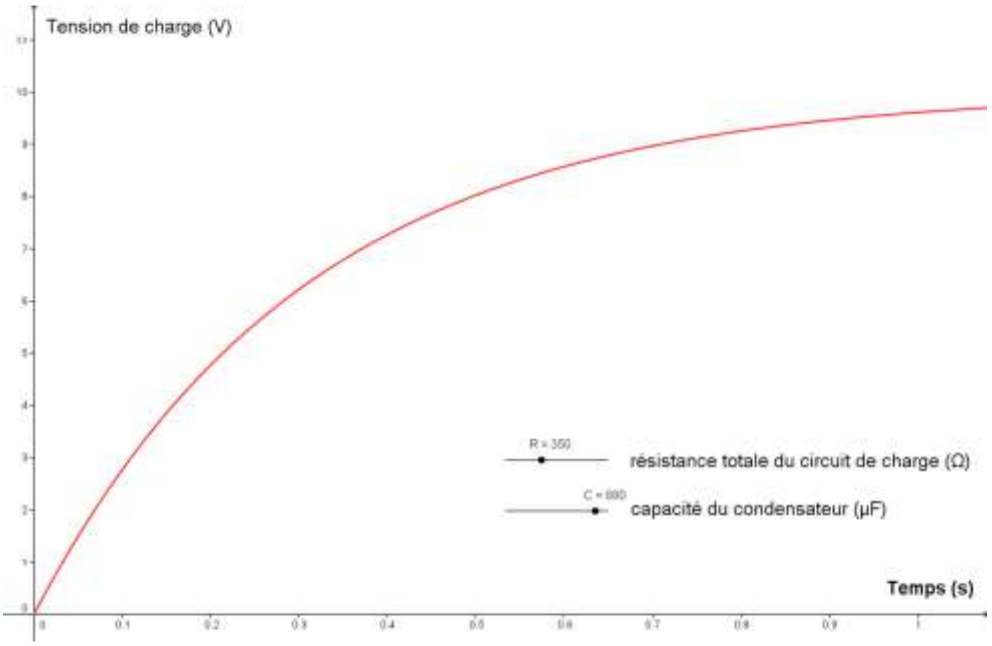
$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$



II.2) Solution de l'équation

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution : $U_C = E(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$

II.3) Représentation graphique de la tension de charge

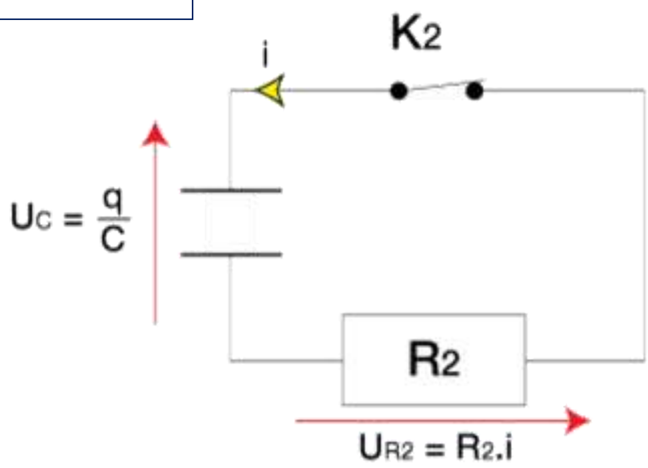


III) Décharge d'un condensateur

III.1) Mise en équation

On applique la loi des mailles :
$U_C - U_{R2} = 0$
soit
$U_C + R_2.i = 0$
de plus $q = C.U_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ d'où
$i = C.\frac{dU_C}{dt}$ d'où

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$



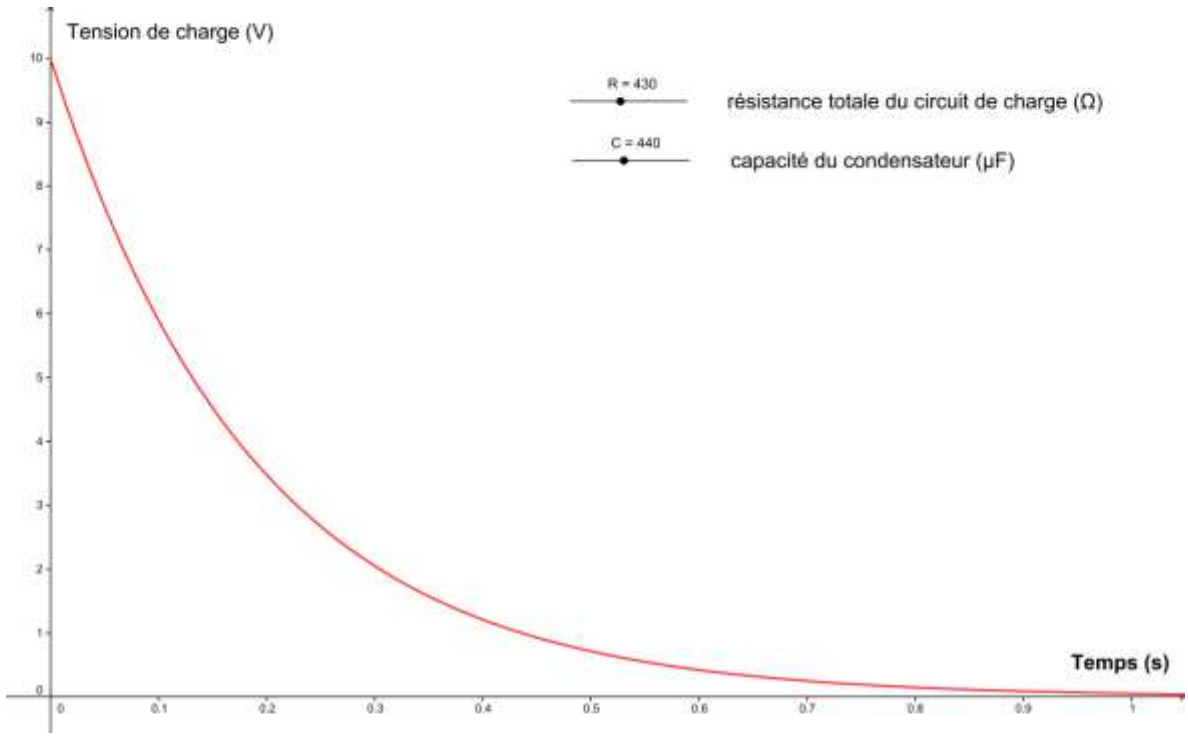
Remarque :
$i = \frac{dq}{dt}$ et q décroit puisque le condensateur se décharge donc $i<0$. Le courant va donc dans le sens opposé à celui représenté sur le schéma.

III.2) Solution de l'équation

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution :

$$U_C = E.e^{\frac{-t}{RC}}$$

III.3) Représentation graphique de la tension de décharge



IV) Détermination de la constante de temps

IV.1) Constante de temps

La rapidité de la charge ou de la décharge dépend de la constante de temps.
On la note :

$$\tau = R.C$$

Cette constante de temps s'exprime en secondes, la résistance en ohm et la capacité en Farads.

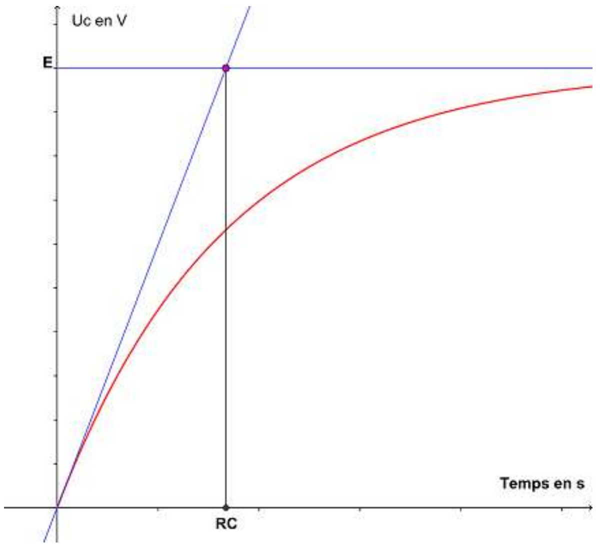
IV.2) Détermination graphique

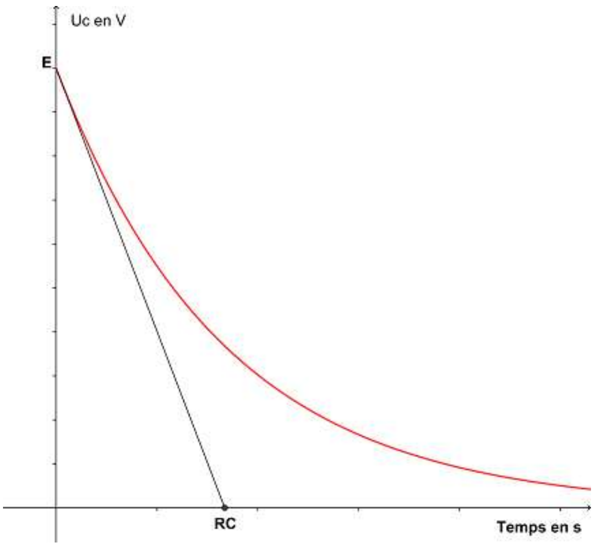
a) Tangente à l'origine

Si on calcule le coefficient directeur de la tangente à l'origine on trouve :

	Charge	Décharge
Expression de la tension de charge	$U_C = E(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$	$U_C = E.e^{\frac{-t}{RC}}$
Dérivée de la tension de charge	$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$	$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$
Dérivée de la tension de charge au temps t=0	$\frac{dU_C(0)}{dt} = \frac{E}{RC} = \frac{E}{\tau}$	$\frac{dU_C(0)}{dt} = -\frac{E}{RC} = -\frac{E}{\tau}$

Au bout d'un temps τ la tension varie donc de E (positif pour la charge, négatif pour la décharge).

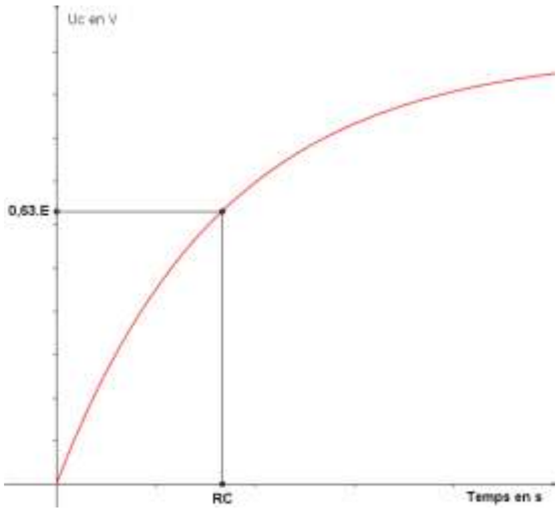


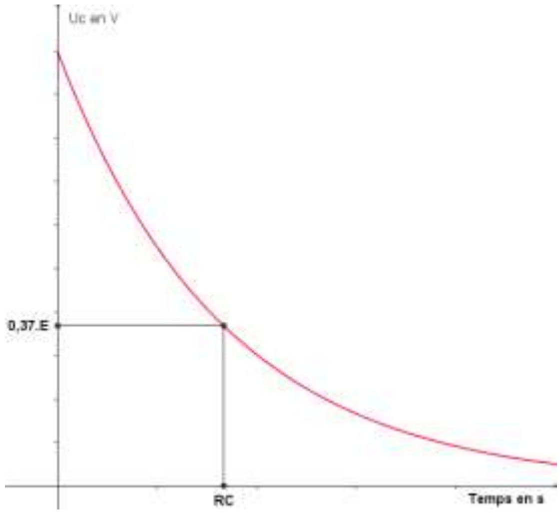


b) Charge et décharge au bout d'un temps τ

Au temps τ l'expression comprise dans l'exponentielle est égale à -1.

La valeur de la **charge** est donc égale à 0,63 x E soit **63%** de la charge maximale.
La valeur de la **décharge** est donc égale à 0,37 x E soit **37%** de la charge maximale.





IV.3) Charge et décharge complètes

On considère que la charge et la décharge sont complètes lorsque la tension est égale à 99% de la tension maximale (pour la charge) et 1% de la tension maximale (pour la décharge).
Ceci correspond à une valeur du temps égale à 5τ (car $e^{-5} = 0,0067 < 1\%$).

Pour t = 5τ on considère que le régime permanent est atteint.

V) Energie emmagasinée

La charge terminée le condensateur a emmagasiné une énergie :

L'énergie s'exprime en Joules

$$W = \frac{1}{2} C.U^2$$

Exercices P02

I) Charge et décharge d'un condensateur

Un condensateur de capacité C=1µF présente entre ses bornes une tension U_{AB}=6V
1) Représenter le schéma normalisé du condensateur et la indiquer la tension U_{AB}.
2) Indiquer les signes des charges électriques portées par chacune des armatures.
3) Calculer la valeur de la quantité d'électricité portée par l'armature A condensateur.

II) Durée de charge

Comment varie la durée de la charge d'un condensateur quand on réalise l'une des cinq opérations suivantes :
1) On double la résistance du circuit
2) On double la capacité du condensateur
3) On divise la résistance par trois
4) On remplace le condensateur pas deux condensateurs en parallèle
5) On remplace la résistance par deux résistances en parallèle

III) Charge et décharge

On charge un condensateur de capacité C inconnue à travers un conducteur ohmique de résistance R=330kΩ à l'aide d'un générateur de tension E=12,0V.

III.1) Charge

Voici les valeurs de tension u_c aux bornes du condensateur à des instants donnés.

t(s)	0,0	5,0	10	15	20	30	40	50	70	100	150	200	220	250
u_c(V)	0,0	1,6	3,0	4,2	5,2	6,9	8,2	9,1	10,4	11,3	11,8	11,9	12,0	12,0

1) Faire le schéma du circuit de charge, indiquer les tensions u_c, u_R, E et l'intensité.
2) Tracer le graphe u_C=f(t)
3) Quelle est la valeur de la tension lorsque l'intensité du courant dans les circuits annule ? Justifier par un calcul simple.

III.2) Détermination de la capacité

1) Écrire équation différentielle à laquelle satisfait la tension u_C.
2) La solution de l'équation différentielle est $u_C = A.(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$, déterminer A.
3) Une méthode de détermination de τ fait appel au tracé de la tangente à la courbe u_C=f(t) à l'instant t=0s.
   a) Déterminer l'équation de la tangente et en déduire que la courbe coupe la droite u_C=E en un point d'abscisse τ.
   b) En déduire la valeur numérique de cette constante de temps.
   c) Calculer la capacité du condensateur.

IV) Utilisation des équations différentielles

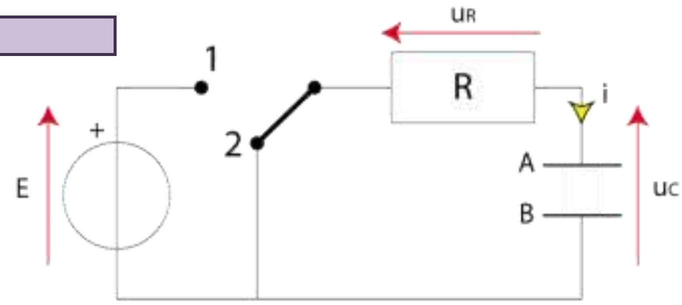
1) Etablir les équations différentielles du circuit RC relatif à la charge q du condensateur.
2) Connaissant les expressions de la tension instantanée u(t) aux bornes du condensateur pendant la charge ($u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$) et pendant la décharge ($u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}$)

a) En déduire l'expression de la charge instantanée q(t) du condensateur en fonction du temps au cours de la charge et de la décharge puis tracer le graphe q(t)=f(t) au cours de la charge et de la décharge

b) En déduire l'expression de l'intensité instantanée i(t) en fonction du temps au cours de la charge et de la décharge puis tracer le graphe i(t)=f(t) au cours de la charge et de la décharge.

V) Devoir

Le montage suivant permet d'étudier l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes d'un condensateur de capacité C en série avec une résistance R.



Le commutateur (interrupteur à plusieurs positions) a deux positions possibles repérées par 1 et 2. Une interface reliée à un ordinateur permet de saisir les valeurs instantanées de cette tension $u_c(t)$. Initialement, le commutateur est depuis longtemps en position 2 et le condensateur et déchargé.

Donnée : E=5,0V

V.1) Partie 1

1) Comment faut-il manipuler le commutateur pour obtenir la courbe du document 1 ?
2) En respectant les conventions d'orientation du schéma du circuit :
  a) Préciser le signe de l'intensité i(t) lors de la décharge.
  b) Ecrire la relation entre l'intensité i(t) et la tension $u_R(t)$.
  c) Ecrire la relation entre la charge q(t) de l'armature A et la tension $u_C(t)$.
  d) Ecrire la relation entre l'intensité i(t) et la charge q(t).
  b) Ecrire la relation entre les tensions $u_R(t)$ et $u_C(t)$ lors de la décharge
3) En déduire la forme de l'équation différentielle vérifiée par $u_R(t)$ lors de la décharge
4) Que représente le terme RC ?
5) Déterminer la valeur de RC par une méthode graphique.

V.2) Partie 2

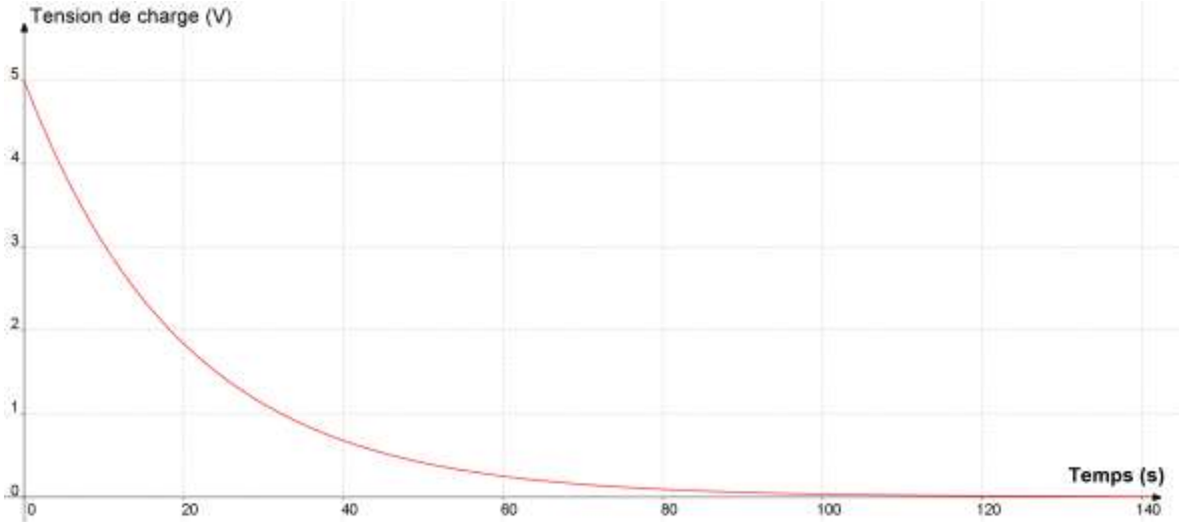
La solution de l'équation différentielle précédemment établie est de la forme :

$$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

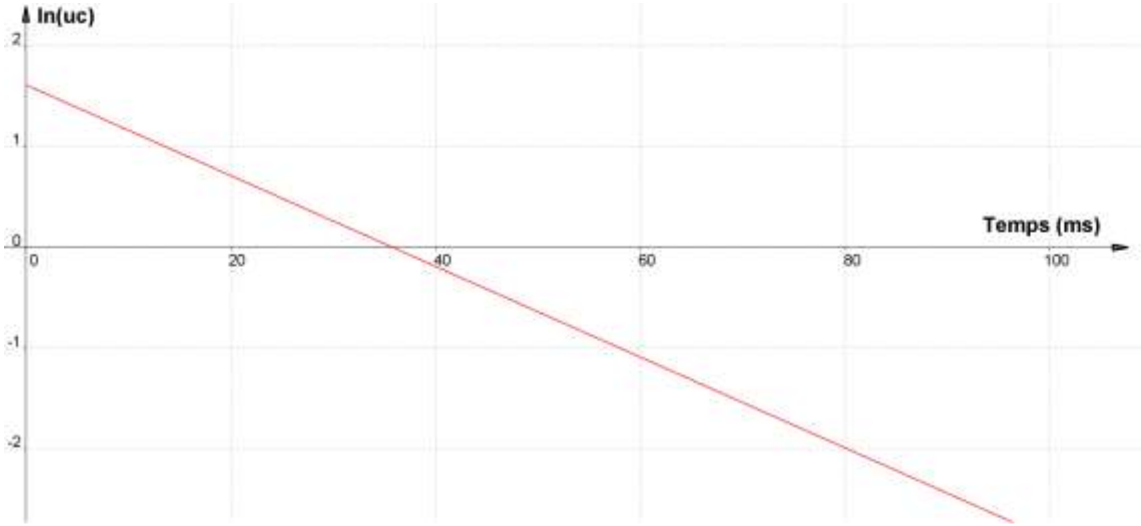
1) Donner l'expression de $\ln(u_C)$.
2) Le document 2 donne la courbe $\ln(u_C) = f(t)$. Montrer que cette courbe est en accord avec l'expression trouvée au a).
3) Laquelle de ces tois valeurs de τ (constante de temps) est en accord avec la modélisation ? τ=0,46 ms τ=2,2 ms τ=22 ms

V.3) Partie 3

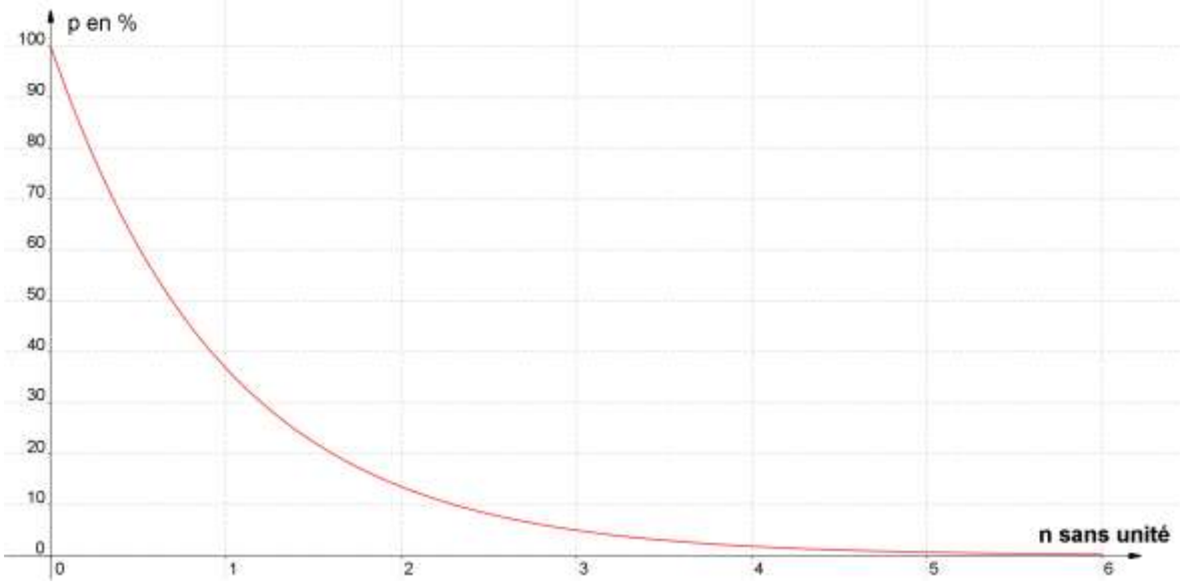
Le document 3 montre le pourcentage de charge $p = 100 \times (\frac{u_C}{E})$ restant à la date t.
n représente la durée de décharge (n=1 pour t=τ , n=2 pout t=2τ ...)
1) Pour n=1 déterminer graphiquement le pourcentage de charge restante.
2) Pour quelle valeur de n la décharge peut-elle être considérée comme terminée ?



document 1



document 2



document 3

Physique
03

Régimes sinusoïdaux

I) Lois générales

II) Définitions et caractéristiques

II.1) Conventions d'écriture

Quand on parle de grandeur électrique on peut sous entendre la valeur instantanée, la valeur efficace ou la valeur maximale.
u(t) représentera la valeur **instantanée**
U représentera la valeur **efficace**
U_{Max} représentera la valeur **maximale**

II.2) Définitions

Une grandeur sinusoïdale s'écrit sous la forme :

Grandeurs

$$u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Unités

$u(t)$ et U_{Max} en V
ω en $rad.s^{-1}$
φ_0 en rad

u(t) : tension instantanée
U_{Max} : valeur maximale de la tension
ω : pulsation

La fonction sinus est périodique de période 2π donc :
u(t) = u(t+T) ⇔ω.T=2π donc

Grandeurs

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$$

Unités

T en s
f en Hz
ω en $rad.s^{-1}$

Pour une **tension sinusoïdale** (et uniquement) :

Grandeurs

$$U = \frac{U_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

II.3) Exercices

On donne l'équation d'une tension : $u(t) = 12.\cos(800.\pi.t)$
Déterminer:
a) La pulsation ω.
b) La période T et la fréquence f.
c) La valeur maximale de la tension.
d) La valeur efficace de la tension.

a) $\boldsymbol{\omega = 800\pi\ rad}$
b) $\omega = 2\pi f \Leftrightarrow 800\pi = 2\pi f \Leftrightarrow \mathbf{f = 400Hz}$ d'où $T = \frac{1}{f} = 2{,}5.10^{-3}$ soit $\boldsymbol{T = 2{,}5ms}$
c) $\boldsymbol{U_{MAX} = 12V}$
d) $U_{eff} = \frac{U_{MAX}}{\sqrt{2}} = \mathbf{8{,}5V}$

III) Déphasage entre deux tensions de même fréquence

III.1) Définition

On dit que deux tensions de même fréquence sont déphasées lorsqu'elles n'ont pas leur maxima en même temps.

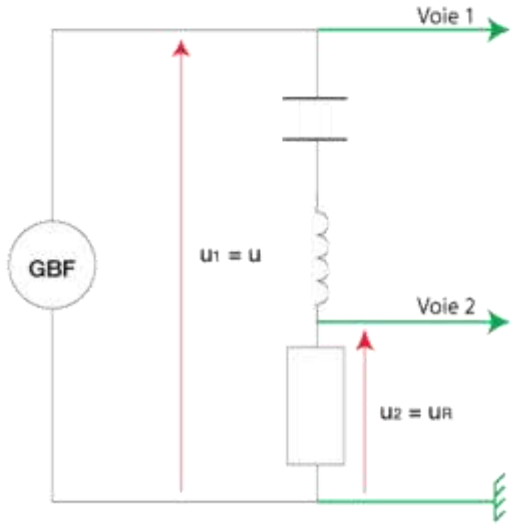
Une fonction u est en avance sur une fonction v si elle passe par un maximum (ou par la valeur nulle) avant la fonction v.

III.2) Déphasage tension-intensité

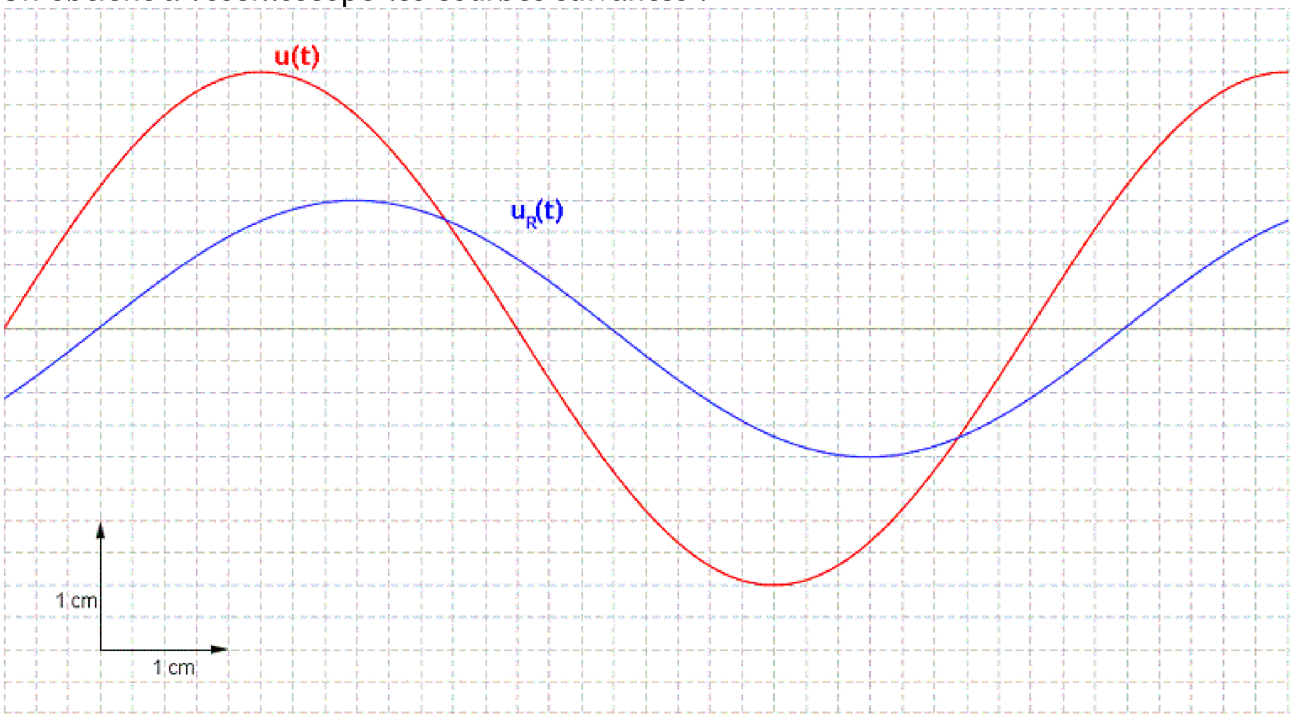
Un oscilloscope est branché comme indiqué sur le schéma ci-contre.

La voie 2 permet de visualiser l'intensité dans le circuit puisque $U_R(t) = R.i(t)$

Dans ce montage R = 20 Ω.



On obtient à l'oscilloscope les courbes suivantes :



Exercice :
La vitesse de balayage vaut 2,5ms/cm,le calibre vertical sur les deux voies vaut 1V/cm.
Déterminer la période, la fréquence et la pulsation de la tension u(t)
Déterminer les valeurs maximales et efficaces de u et i.
Déterminer valeur et signe du déphasage $\varphi_{u/i}$ de la tension par rapport à l'intensité.

Réponses:
a) T = 8 x 2,5 = 20 ms = 0,02 s
f = 1 / T = 1 / 0,02 = 50 Hz
ω = 2πf = 100π $rad.s^{-1}$
b) U_{Max} = 4 x 1 = 4 V
U = U_{Max} / √2 = 2,83 V
I_{Max} = U_R / R = 2 / 20 = 0,1 A
I = I_{Max} / √2 = 0,071 A
c) Le déphasage est vaut 2π si les deux signaux sont séparés d'une période donc en appelant τ le décalage temporel entre les deux signaux on a :
$\frac{\tau}{T} = \frac{\varphi_{u/i}}{2\pi}$soit $\boldsymbol{\varphi_{u/i} = 2\pi \times \frac{\tau}{T}}$

Remarque : pour le rapport $\boldsymbol{\frac{T}{\tau}}$rapport il est inutile de faire la conversion en temps, on peut utiliser le nombre de divisions mesurées sur l'oscillogramme.

$$\boldsymbol{\varphi_{u/i} = 2\pi \times \frac{0,75}{8} = 0,59 rad}$$

On voit que la tension est en avance de phase : $\boldsymbol{\varphi_{u/i} = 0,59\ rad}$

Exercices P03

I) De l'expression aux caractéristiques

On donne l'équation d'une tension : $u(t) = 12.\cos(800.\pi.t)$
Déterminer:
a) La pulsation ω.
b) La période T et la fréquence f.
c) La valeur maximale de la tension.
d) La valeur efficace de la tension.

II) Des caractéristiques à l'expression

Soit une tension de la forme : $u(t) = \mathrm{U_{MAX}}.\cos(\omega t + \varphi_0)$
La tension mesurée à l'aide d'un voltmètre vaut 24 V, la fréquence étant de 50 Hz :
a) Donner sa valeur efficace, sa valeur maximale et sa pulsation.
b) Ecrire son équation en fonction du temps en supposant que sa phase à l'origine est nulle.

III) Déphasage

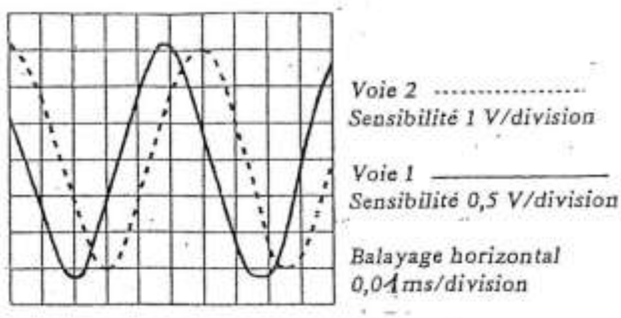
Soient l'intensité traversant un dipôle et la tension entre ses bornes de la forme :
$u(t) = 3.\sin(100.\pi.t)$ et $i(t) = 8.\sin(100.\pi.t + \frac{\pi}{4})$
a) Donner leur valeur maximale, efficace, leur pulsation, leur période et leur fréquence.
b) Déterminer le déphasage $\varphi_{i/u}$ de l'intensité par rapport à la tension.

IV) Notion d'impédance

Une tension efficace de 60 V de fréquence 50 Hz est appliquée aux bornes d'un appareil d'impédance Z = 400 Ω. Le déphasage entre intensité et tension vaut 0,5 radians.
Calculer :
a) L'intensité efficace.
b) L'intensité maximale.
c) La pulsation.
d) Ecrire les équations de l'intensité i et de la tension u.

V) Déterminer l'intensité dans un dipôle

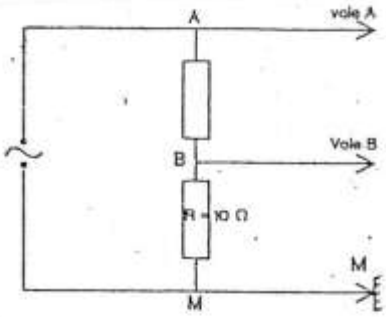
Un générateur alimente un circuit comportant une résistance R = 100 Ω et un dipôle de nature inconnue. La tension aux bornes du générateur est observée sur la voie 2 d'un oscilloscope ; la tension aux bornes de la résistance est observée sur la voie 1.
On obtient l'oscillogramme ci-contre.

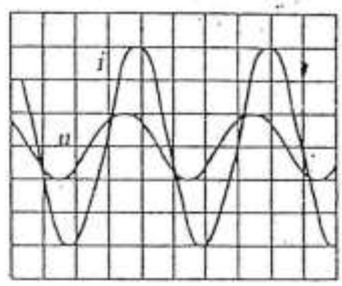


a) Déduisez de l'oscillogramme :
- La valeur de la fréquence, les valeurs maximales et efficaces de la tension.
- Les valeurs maximales et efficaces de l'intensité.
- L'impédance Z du circuit.
- Le déphasage $\varphi_{i/u}$ de l'intensité i par rapport à la tension u.

b) Donnez l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps.

VI) Impédance de dipôle





On observe sur l'écran de l'oscilloscope une tension u. Sur la voie A la sensibilité est de 5V par carreau. Le balayage est effectué à raison de 2,0 ms par carreau.

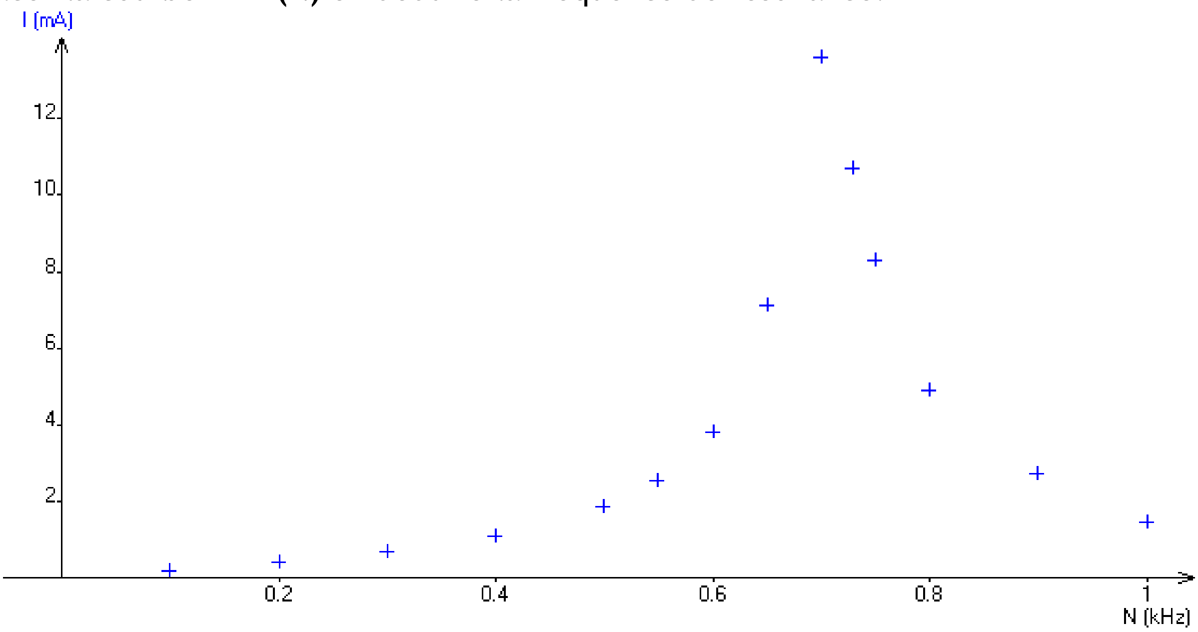
a) Calculez la période T, la fréquence N, la pulsation ω de la tension u.
b) Ecrivez l'équation de cette tension.
c) Sur la voie B, on mesure la tension aux bornes d'une résistance de 10 Ω (courbe i) La sensibilité est de 0,20 V par carreau.
Calculez l'intensité maximale Im et l'intensité efficace I.
d) Quel est le déphasage φ de i par rapport à u ? Exprimez la tension u et l'intensité i en fonction du temps.
e) Calculez l'impédance Z du circuit entre A et M.

VII) Résonance

Soit un circuit R.L.C relié à un GBF.
a) Faire le schéma du circuit en plaçant les appareils permettant de mesurer la tension aux bornes et l'intensité qui le traverse
b) On fait varier la fréquence de la tension délivrée par le GBF et on obtient les résultats suivants :

N (Hz)	*100*	*200*	*300*	*400*	*500*	*550*	*600*	*650*	*680*	*700*	*730*	*750*	*800*	*900*	*1000*
I (mA)	*0,19*	*0,40*	*0,69*	*1,11*	*1,84*	*2,55*	*3,85*	*7,1*	*11,4*	*13,6*	*10,7*	*8,3*	*4,9*	*2,7*	*1,47*

Tracer la courbe **I = f(N)** en déduire la fréquence de résonance.



c) Sachant que le condensateur a une capacité C = 470 nF quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine ?
d) Sachant que la tension efficace aux bornes est constante et égale à 5,0V, déterminer l'impédance du circuit à la résonance. En déduire la valeur de la résistance R du circuit
e) On veut observer avec un oscilloscope bi-courbe **les courbes u = f(t) et i = f(t).**

- Refaire le circuit en représentant les connexions nécessaires.
- Représenter l'allure particulière des deux courbes à la résonance. Que peut-on dire du déphasage de ces deux grandeurs à la résonance ?

Physique
04

Impédances en régime sinusoïdal

I) Les différents dipôles

I.1) Conducteur ohmique

$$u_R(t) = R.i(t)$$

I.2) Générateur

Convention générateur

$$u_G(t) = E - R.i(t)$$

Convention récepteur

$$u_G(t) = E + R.i(t)$$

I.3) Condensateur

$q = C.u$ et $i = \frac{dq}{dt}$ d'où :

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t).dt$$

I.4) Bobine

$$u_L(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$$

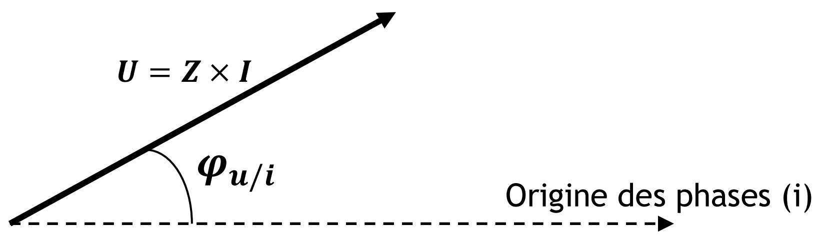
II) Impédance des dipôles

Dans toute cette partie nous allons étudier l'association en série de différents dipôles.
Le courant étant le même pour les dipôles on prendra i(t) comme origine des phases.

L'utilisation des complexes pourrait permettre la résolution de ces problèmes, mais le niveau BTS se prête plus à l'utilisation de la **représentation de Fresnel**.

II.1) Représentation de Fresnel

La représentation de Fresnel consiste à représenter par un vecteur la tension entre les bornes d'un dipôle. La **longueur du vecteur donne la valeur de la tension** (maximale ou efficace), **son angle** (par rapport à l'horizontale) **le déphasage par rapport à l'intensité**.

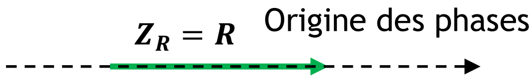


L'impédance **Z** du dipôle est définie comme le quotient de la tension par l'intensité :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_{Max}}{I_{Max}}$$

II.2) Résistance R

$u_R = R \times \mathrm{i}$
$i(t) = \mathrm{I}.\sin(\omega t)$
D'où $u_R = R \times \mathrm{i} = RI.\sin(\omega t)$



Conclusion : $\boxed{Z_R = R\ ;\ \varphi_{u/i} = 0\ rad}$

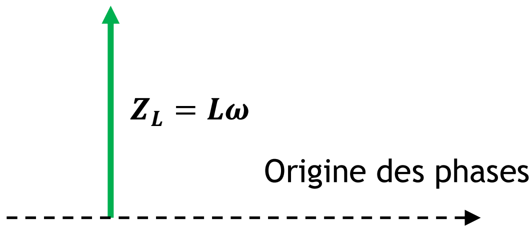
La tension entre les bornes de la bobine est en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au courant.

II.3) Bobine L

$u_L = L \times \frac{di}{dt}$

$i(t) = \mathrm{I}.\sin(\omega t)$ donc $\frac{di}{dt} = \omega\mathrm{I}.\cos(\omega t)$

D'où $u_L = L.\frac{di}{dt} = L\omega\mathrm{I}.\cos(\omega t) = L\omega\mathrm{I}.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$



Conclusion : $\boxed{Z_L = L\omega\ ;\ \varphi_{u/i} = +\frac{\pi}{2}\ rad}$

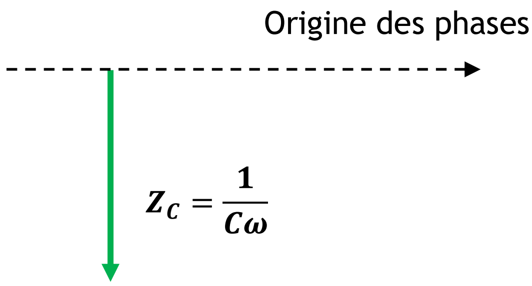
La tension entre les bornes de la bobine est en **avance de $\frac{\pi}{2}$** par rapport au courant.

II.4) Condensateur C

$u_C = \frac{1}{C} \times \int i.dt$

$i(t) = \mathrm{I}.\sin(\omega t)$ donc $\int i.dt = -\frac{\mathrm{I}}{\omega}.\cos(\omega t)$

D'où $u_C = \frac{1}{C} \times \int i.dt = -\frac{\mathrm{I}}{C\omega}.\cos(\omega t) = \frac{\mathrm{I}}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$



Conclusion : $\boxed{Z_C = \frac{1}{C\omega}\ ;\ \varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}\ rad}$

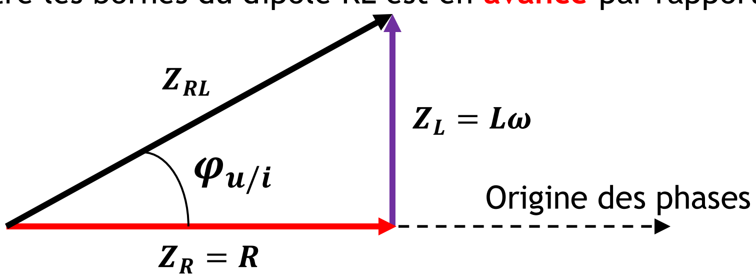
La tension entre les bornes du condensateur est en **retard de $\frac{\pi}{2}$** par rapport au courant.

II.5) Dipôle RL série

$u_{RL} = u_R + u_L$
Le diagramme de Fresnel du dipôle RL est donc la somme des deux vecteurs représentant la résistance et la bobine :

Conclusion : $\boxed{Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\ ;\ tan\ \varphi_{u/i} = \frac{L\omega}{R}}$

La tension entre les bornes du dipôle RL est en **avance** par rapport au courant.

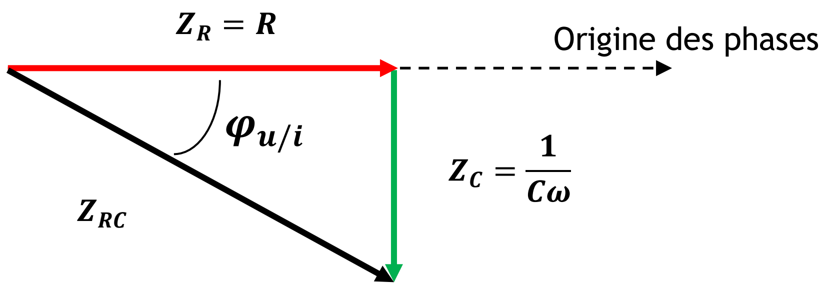


II.6) Dipôle RC série

$u_{RC} = u_R + u_C$
Le diagramme de Fresnel du dipôle RC est donc la somme des deux vecteurs représentant la résistance et le condensateur :

Conclusion :

$$\boldsymbol{Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{c^2\omega^2}}\ ;\ tan\,\varphi_{u/i} = \frac{1}{RC\omega}}$$

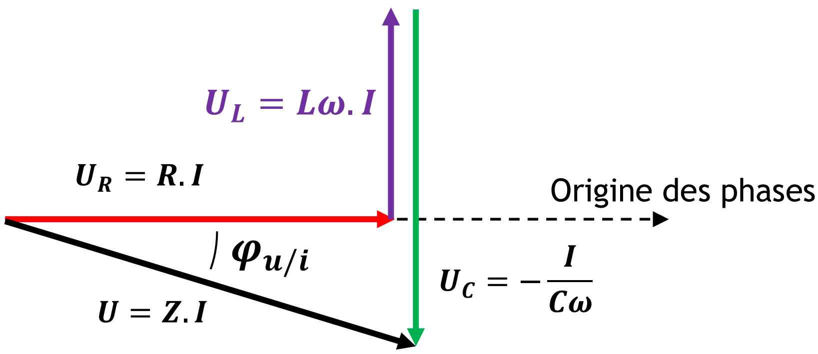


II.7) Dipôle RLC série

$u_{RLC} = u_R + u_L + u_C$
Le diagramme de Fresnel du dipôle RC est donc la somme des deux vecteurs représentant la résistance, la bobine et le condensateur :

Conclusion :

$$\boldsymbol{Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\ ;\ \tan\varphi_{u/i} = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R}}$$



Remarque :

Si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ le déphasage est positif : le dipôle est globalement **inductif**

Si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ le déphasage est négatif : le dipôle est globalement **capacitif**

III) Remarques : dériver et intégrer des fonctions sinusoïdales

III.1) Dériver

Soit $u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi)$

alors$\frac{du(t)}{dt} = \omega.U_{Max}.\cos(\omega t + \varphi)$

Or $\cos(\alpha) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$

D'où $\boldsymbol{u'(t) = \omega.sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})}$

Dériver une fonction sinusoïdale revient à :
Multiplier l'amplitude par ω
Ajouter π/2 à la phase

III.2) Intégrer

Soit $u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi)$

alors $\int u(t).dt = -\frac{1}{\omega}.U_{Max}.\cos(\omega t + \varphi)$

Or $-\cos(\alpha) = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

D'où $\boldsymbol{\int u(t).dt = \frac{1}{\omega}.sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})}$

Intégrer une fonction sinusoïdale revient à :
Diviser l'amplitude par ω
Enlever π/2 à la phase

Physique
05

Résonance en intensité

I) Expérience et observations

I.1) Expérience

On réalise un circuit RLC série en maintenant constante la valeur efficace de la tension délivrée par le générateur.
On fait alors varier la fréquence du générateur et on mesure l'intensité dans le circuit. On obtient la courbe suivante (Fig.1).

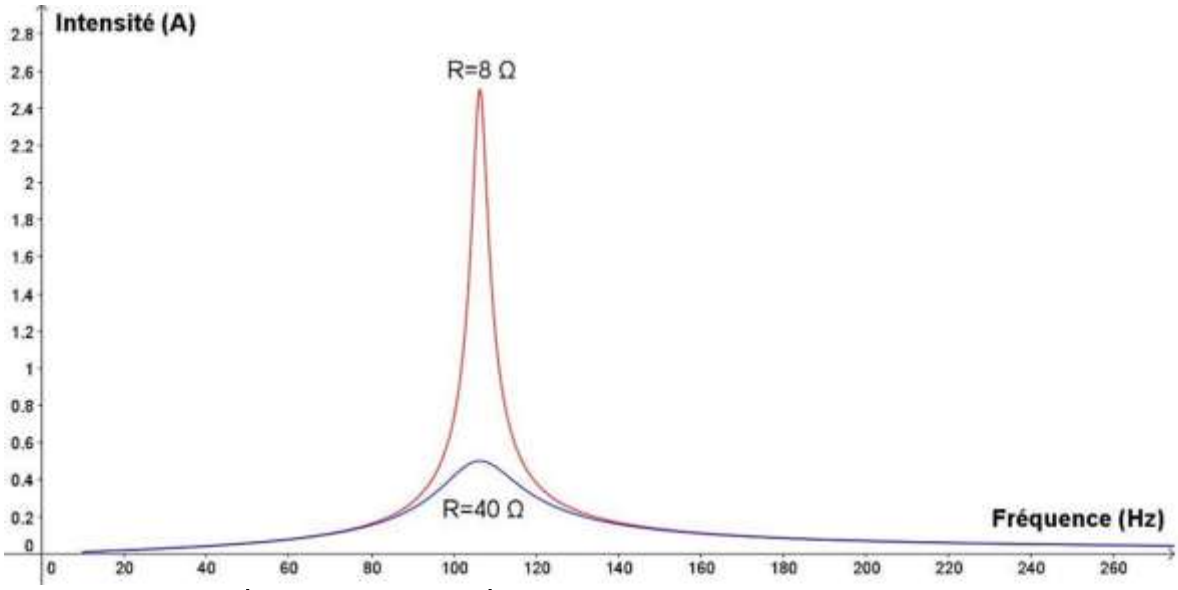


Fig.1 : Courbe fréquence-intensité

I.2) Observations

Sur ces courbes, appelées **courbes de résonance**, on observe que l'intensité présente un maximum pour une valeur précise de la fréquence appelée **fréquence de résonance**.
Si on augmente la valeur de la résistance la valeur maximale de l'intensité diminue.

II) Etude théorique

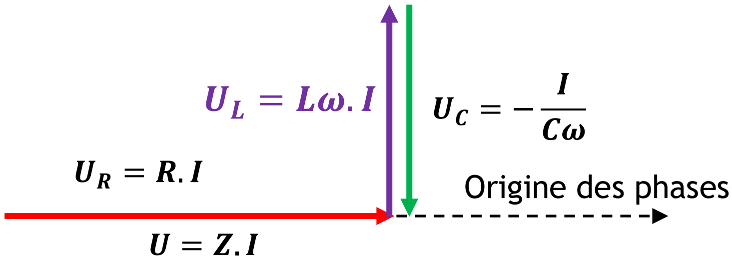
Reprenons les expressions d'impédance et de déphasage d'un circuit RLC série.

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ et $\tan\varphi_{u/i} = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R}$

On voit que Z est minimum (et égal à R) si $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, donc si $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

A ce moment là $\tan\varphi_{u/i} = 0$, ce qui veut dire que tension et intensité sont en phase.

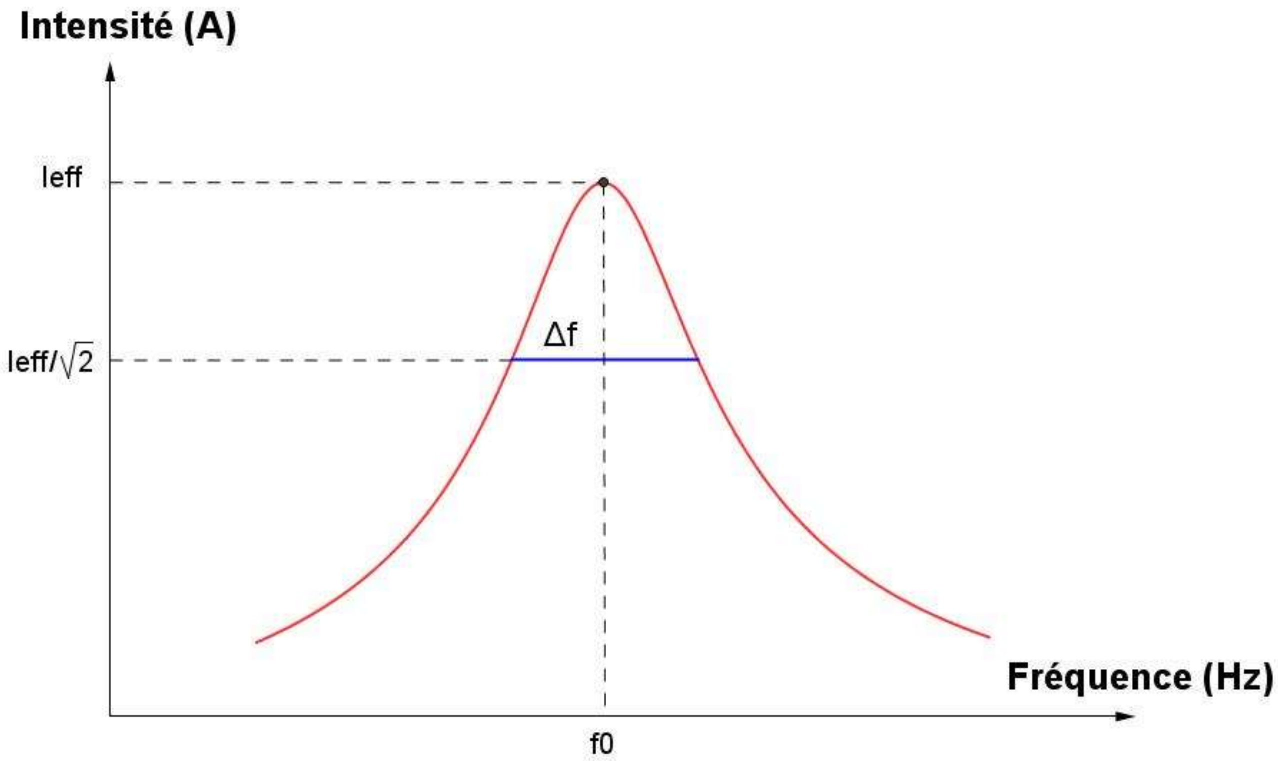
Représentation de Fresnel :
Les effets de self (auto-inductance) compensent l'effet capacitif.



III) Remarques

III.1) Bande passante

Si I_0 est l'intensité à la résonance, la bande passante à 3db (décibels) regroupe toutes les fréquences pour lesquelles l'intensité efficace dans le circuit est supérieure à $I_0/\sqrt{2}$.



III.2) Acuité de résonance, facteur de qualité

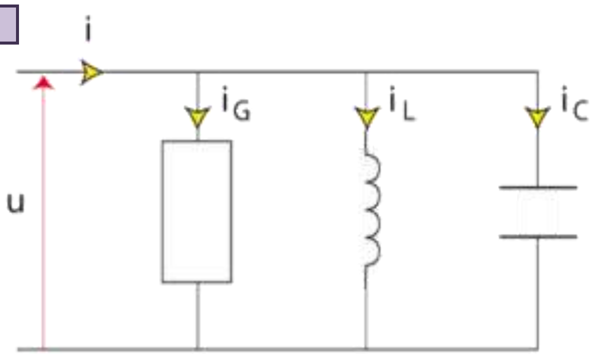
Le facteur de qualité est défini par :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

Si **Q est grand** (supérieur à 10) la résonance est dite **aigüe** : le circuit est **sélectif**.
Si **Q est petit** la résonance est dite **floue** : le circuit est **peu sélectif**.

Circuit RLC en dérivation

I) Montage et conventions



Les dipôles étant branchés en dérivation ils ont tous la même tension entre leurs bornes.

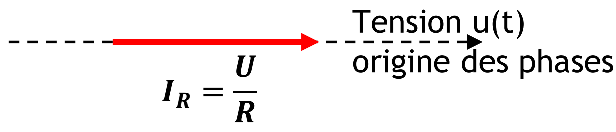
Pour cette raison la **tension** sera prise comme **origine des phases**.

$$u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t)\ et\ i(t) = I_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_{i/u})$$

II) Etude théorique

La tension étant choisie comme origine des phases on veut déterminer l'expression de l'intensité dans le circuit RLC.

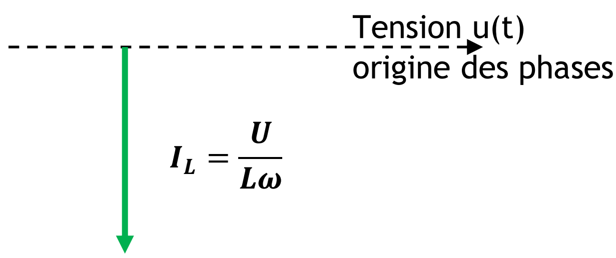
II.1) Intensité dans la résistance



$$\boldsymbol{Z_L = R\ ;\ \varphi_{i/u} = 0\ rad}$$

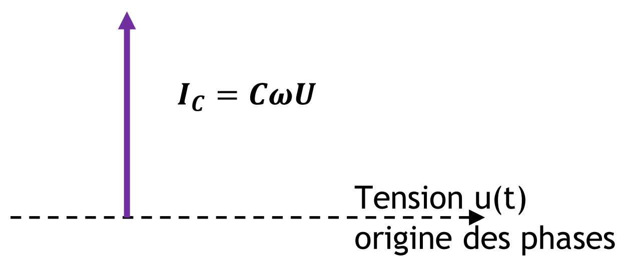
II.2) Intensité dans la bobine

$$\boldsymbol{Z_L = L\omega\ ;\ \varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{2}\ rad}$$



II.3) Intensité dans le condensateur

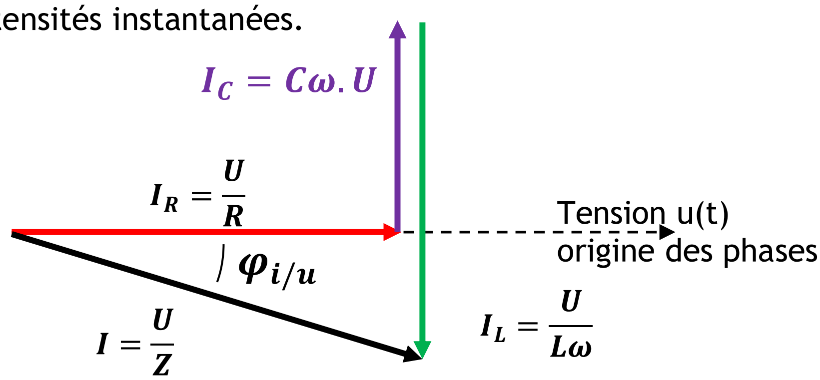
$$\boldsymbol{Z_C = \frac{1}{C\omega}\ ;\ \varphi_{i/u} = +\frac{\pi}{2}\ rad}$$



II.4) Intensité totale dans le dipôle RLC

On applique la loi des nœuds aux intensités instantanées.

$i = i_R + i_L + i_C = \frac{u}{Z}$



$$\frac{1}{Z_{RLC}} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} \quad ; \quad \tan\varphi_{i/u} = R \times \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)$$

Physique
07

Puissance en régime sinusoïdal

I) Puissance instantanée

Si on prend l'intensité comme origine des phases alors :
$i(t) = I_{Max}.\sin(\omega t)$
$u(t) = U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_{u/i})$

La puissance instantanée **reçue** par un dipôle est égale au produit de la tension entre les bornes du dipôle par l'intensité qui le traverse :
Si **p>0** le dipôle consomme de la puissance : **récepteur**
Si **p<0** le dipôle fournit de la puissance : **générateur**

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t).i(t) \\ &= I_{Max}.\sin(\omega t) \times U_{Max}.\sin(\omega t + \varphi_{u/i}) \\ &= I_{Max} \times U_{Max}\sin(\omega t) \times \sin(\omega t + \varphi_{u/i}) \end{aligned}$$

Or $\sin(a) \times \sin(\mathrm{b}) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

Donc $p(t) = \frac{I_{Max} \times U_{Max}}{2} \times \left[\cos(\varphi_{u/i}) - \cos(2\omega t + \varphi_{u/i})\right]$
Soit :

$$\boldsymbol{p(t) = U.I.cos(\varphi_{u/i}) - U.I.cos(2\omega t + \varphi_{u/i})}$$

La puissance instantanée est donc la somme d'un terme constant $\boldsymbol{U.I.cos(\varphi_{u/i})}$ et d'une fonction sinusoïdale de pulsation $\boldsymbol{2\omega}$.

II) Les différentes puissances

II.1) Puissance apparente

Notée S, c'est le produit des valeurs efficaces : $\boldsymbol{S = U.I}$

Unités
S en ***var***
U en ***V***
I en ***A***

La puissance apparente n'a pas de "réalité" physique. Pour cette raison elle ne s'exprimera pas en Watts mais en var (Volt Ampère réactifs).

II.2) Puissance active

C'est la **puissance moyenne** consommée en régime sinusoïdal (constante sur une période).
Elle a pour expression : $\boldsymbol{P = U.I.cos(\varphi_{u/i})}$

U et I étant les valeurs efficaces, $\boldsymbol{cos(\varphi_{u/i})}$ est le **facteur de puissance**.

Unités
P en ***W***
U en ***V***
I en ***A***

II.3) Puissance réactive

La puissance réactive est une puissance fictive qui n'a de puissance que le nom. Il ne lui correspond aucune production d'énergie dans le circuit.

Elle a pour expression : $\boxed{Q = U.I.sin(\varphi_{u/i})}$

Unités
Q en var
U en V
I en A

II.4) Théorème de Boucherot

Les puissances actives et réactives absorbées par un groupement de dipôles s'additionnent :

Pour une installation on peut dire que :

- La puissance active de l'installation est égale à la somme de celles des appareils.

$$P_{installation} = \sum P_{appareils}$$

- La puissance réactive de l'installation est égale à la somme de celles des appareils.

$$Q_{installation} = \sum Q_{appareils} = \sum Q_{inductifs} - \sum Q_{capacitifs}$$

III) Puissances des différents dipôles

III.1) Conducteur ohmique

$\varphi_{u/i} = 0$ et $U = R \times I$

$$\boxed{P = R \times I^2 = \frac{U^2}{R} \quad ; \quad Q = 0}$$

Le conducteur ohmique ne consomme que de la puissance active dissipée par effet Joule.

III.2) Bobine parfaite

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$ et $U = L\omega \times I$

$$\boxed{P = 0 \quad ; \quad Q = L\omega \times I^2 = \frac{U^2}{L\omega}}$$

La bobine ne consomme que de la puissance réactive.

III.3) Condensateur parfait

$\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$ et $U = \frac{I}{C\omega}$

$$\boxed{P = 0 \quad ; \quad Q = -\frac{I^2}{C\omega} = -C\omega U^2}$$

Le condensateur ne fournit que de la puissance réactive.

III.4) Dipôle RLC

Si on observe le diagramme de Fresnel du dipôle RLC on peut dire :

$\cos(\varphi_{u/i}) = \frac{R}{Z_{RLC}}$ et $U = Z_{RLC} \times I$

Donc : $\mathrm{P} = \mathrm{UI}\cos(\varphi_{u/i}) = \mathrm{R} \times \mathrm{I}^2$

La puissance active est dissipée dans le dipôle RLC par effet Joule.

$$\boxed{P = R \times I^2}$$

IV) Facteur de puissance

IV.1) Définition

Le facteur de puissance **k** est définit comme le quotient de la puissance active par la puissance apparente.

$$\boldsymbol{k = cos(\varphi_{u/i})}$$

IV.2) Importance du facteur de puissance

Si une installation consomme la puissance active suivante : $P = U.I.cos(\varphi_{u/i})$

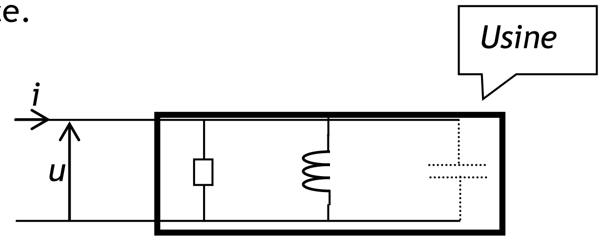
Alors l'intensité dans les lignes de transport vaut : $I = \frac{P}{U.cos(\varphi_{u/i})}$

On peut alors calculer a valeur des pertes en ligne subies par EDF. Si les lignes ont une résistance totale égale à R alors : $P_{Joule} = \mathrm{R.I}^2 = \frac{R.P^2}{U^2.cos^2(\varphi_{u/i})}$

On voit donc que **les pertes sont donc d'autant plus grandes que le facteur de puissance est petit**, donc que Q est grand.
Afin d'éviter ces pertes EDF impose à ses utilisateurs d'avoir un facteur de puissance minimum de 0,93 (sous peine de pénalisation sur leur facture).

IV.3) Relever le facteur de puissance

Un condensateur ne consommant pas de puissance active, il faut en ajouter un en parallèle dans l'installation pour relever le facteur de puissance.



Avant l'ajout du condensateur :
$P = U.I.cos(\varphi_{u/i})$ et $Q = P.tan(\varphi_{u/i})$
Après l'ajout du condensateur :
$P' = U.I'.cos\left(\varphi'_{\frac{u}{i}}\right)$ et $Q' = P'.tan(\varphi'_{u/i})$

Le condensateur ne consommant pas de puissance active on peut écrire :
$P = P' \Leftrightarrow I.cos(\varphi_{u/i}) = I'.cos(\varphi'_{u/i})$

L'ajout du condensateur modifie la puissance réactive :
$\mathrm{Q}' = \mathrm{Q} + \mathrm{Q}_C = \mathrm{Q} - C\omega\mathrm{U}^2 \Leftrightarrow \mathrm{P.tan}(\varphi'_{\mathrm{u/i}}) = \mathrm{P.tan}(\varphi_{\mathrm{u/i}}) - C\omega\mathrm{U}^2$

La capacité à ajouter pour atteindre le nouveau facteur de puissance vaut donc :

$$\boldsymbol{C = P \times \frac{tan(\varphi_{u/i}) - tan(\varphi'_{u/i})}{\omega U^2}}$$

Puissances en monophasé

I) Circuit RL série

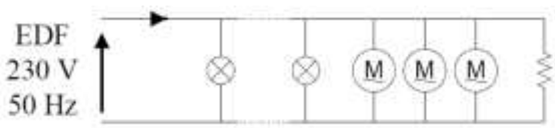
Soit une résistance R et une bobine L montés en série. L'ensemble est soumis à une tension u et traversé par un courant i.
Donner l'expression de la puissance active consommée par la résistance.
Donner l'expression de la puissance réactive consommée par la bobine.
En déduire l'expression de la puissance apparente du circuit.
En déduire l'expression du facteur de puissance du circuit.
Calculer U et le déphasage de u par rapport à i.
On donne R = 10 Ω, L = 200 mH, f = 50 Hz et I = 3,6 A.

II) Ampoules "basse consommation"

L'emballage d'une ampoule « basse consommation » indique : 230 V, 50 Hz, 150 mA, 20 W.
Calculer le facteur de puissance de l'ampoule.
L'ampoule peut fonctionner pendant 6 ans à raison de 3 heures par jour. Calculer l'énergie électrique (en kWh) consommée.
Une ampoule classique de 100 W donne le même flux lumineux qu'une ampoule basse consommation de 20 W. Calculer l'économie d'énergie (en euros) que procure l'utilisation d'une ampoule basse consommation (1 kWh coûte actuellement de 11 centimes d'euro).

III) Augmenter le facteur de puissance

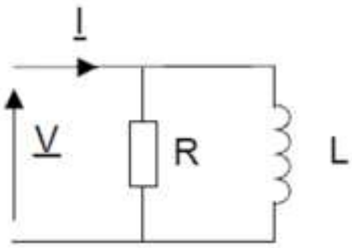
Une installation électrique monophasée 230 V / 50 Hz comporte, branchés en dérivation :
- dix ampoules de 75 W chacune
- un radiateur électrique de 1,875 kW
- trois moteurs électriques identiques absorbant ch un facteur de puissance de 0,80.



Ces différents appareils fonctionnent simultanément.
a) Quelle est la puissance active consommée par les ampoules ?
b) Quelle est la puissance réactive consommée par un moteur ?
c) Quelles sont les puissances active et réactive consommées par l'installation ?
d) Quel est son facteur de puissance ?
e) Quelle est l'intensité efficace du courant dans le câble de ligne ?

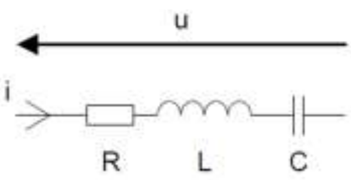
On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.
f) Quelle capacité doit avoir le condensateur pour relever le facteur de puissance à 0,93 ?
g) Quel est l'intérêt ?

IV) Transformateur monophasé à vide



On donne V_{eff}= 230 V, f = 50 Hz, R = 1,6 kΩ et L = 1,25 H.
Calculer la puissance active P_R consommée par la résistance.
Calculer la puissance réactive Q_L consommée par la bobine.
Calculer la puissance apparente S du circuit.
En déduire I_{eff} et le facteur de puissance du circuit.
Que vaut le déphasage de v par rapport à i ?

V)



Déterminer l'impédance complexe Z du circuit.
En déduire la réactance X du circuit.
Exprimer P, Q et S en fonction de I.
A la résonance u et i sont en phase. Que vaut alors Q ?
En déduire la fréquence de résonance.

VI)

La tension u aux bornes d'un dipôle et l'intensité i qui le traverse sont de la forme :
$u = 141.\sin(314.t + 0,3)$ $i = 2,82.\sin(314.t)$

Puissances en monophasé : corrigés

I) Circuit RL série

Réponses

1) Seule la résistance consomme de la puissance active

$$P = R \times I^2 = 10 \times (3{,}6)^2 = \mathbf{1,3.10^2}\boldsymbol{W}$$

2) Puissance réactive consommée par la bobine :

$$Q = L\omega \times I^2 avec\ \omega = 2\pi f$$
$$Q = \mathbf{8,1.10^2}\boldsymbol{VAR}$$

3) Puissance apparente :

$$S = \sqrt{P^2 \times Q^2} = \mathbf{8,2.10^2}\boldsymbol{VAR}$$

4) Facteur de puissance :

$$cos\varphi = \frac{P}{S} = \mathbf{0,58}$$

5) Tension aux bornes du circuit :

$$S = U \times I \Leftrightarrow U = \frac{S}{I} = \mathbf{228}\ \boldsymbol{V}$$

6) Déphasage :

$$\varphi = cos^{-1}(0{,}58) = \mathbf{81°}$$

II) Ampoules "basse consommation"

Réponses

1) Facteur de puissance :

$$cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{20}{230 \times 0{,}150} = \mathbf{0,58}$$

2) Energie consommée :

$$E = P \times t = 20 \times 6 \times 365 \times 3 = \mathbf{131}\ \boldsymbol{kW.h}$$

3) Economie :

Une lampe classique consommerait 5 fois plus soit $\boldsymbol{kW.h}$. L'économie est donc de 526 kW.h soit **52€**.

III) Augmenter le facteur de puissance

Réponses

1) Puissance active consommée par les 10 lampes : $P = \mathbf{750\ W}$
2) Puissance réactive consommée par les moteurs :

$$Q = P \times tan\varphi \ \ avec\ cos\varphi = 0{,}80\ d'où\ Q = \mathbf{+1125\ VAR}$$

3) En utilisant le théorème de Boucherot :

$$P = 75 \times 10 + 1875 + 3 \times 1500 = \mathbf{7125\ W}$$

$Q = 0 + 0 + 3 \times 1125 = \mathbf{3375\ VAR}$

4) Facteur de puissance :

$$cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 \times Q^2}} = \mathbf{0,90}$$

5) Intensité dans les lignes :

$$I = \frac{S}{U} = \mathbf{34,3\ A}$$

6) Relever le facteur de puissance :

Si on change le facteur de puissance on ne change pas la puissance active. On peut donc écrire :

$$P = P' et\ cos\varphi' = 0{,}93\ soit\ \varphi' = 21{,}6°$$

D'où

$$Q' = P' \times tan\varphi' = P \times tan\varphi' = 7125 \times 0{,}40 = \mathbf{2850\ VAR}$$
$$Q' = Q + Qc\ d'où\ Qc = Q' - Q = \mathbf{-525\ VAR}$$
$$Q' = -C\omega U^2 d'où\ C = \mathbf{32\mu F}$$

L'intérêt est pour EDF qui en imposant un facteur de puissance minimal diminue se pertes en ligne.

IV) Transformateur monophasé à vide

Réponses

1) Puissance active P consommée :

$$P = \frac{U^2}{R} = \mathbf{33\ W}$$

2) Puissance réactive consommée par la bobine :

$$Q = \frac{U^2}{L\omega} avec\ \omega = 2\pi f$$
$$Q = \mathbf{135\ VAR}$$

3) Puissance apparente :

$$S = \sqrt{P^2 \times Q^2} = \mathbf{139\ VAR}$$

4) Intensité dans le circuit :

$$I = \frac{S}{U} = \mathbf{0,60\ A}$$

5) Facteur de puissance :

$$cos\varphi = \frac{P}{S} = \mathbf{0,238}$$

6) Déphasage :

$$\varphi = cos^{-1}(0{,}238) = \mathbf{76°}$$

Le déphasage est positif, le montage est inductif. A vide il y a une grande consommation de puissance réactive !

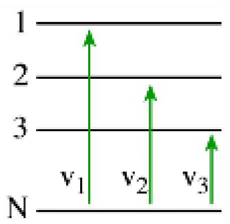
Systèmes triphasés équilibrés

I) Avantages par rapport au monophasé :

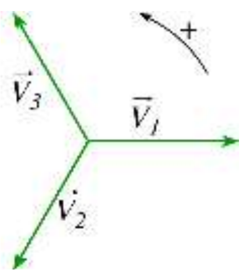
- *Les machines triphasées ont des puissances de plus de 50% supérieures aux machines monophasées de même masse et donc leurs prix sont moins élevés (le prix est directement proportionnel à la masse de la machine).*
- *Lors du transport de l'énergie électrique, les pertes sont moindres en triphasé.*

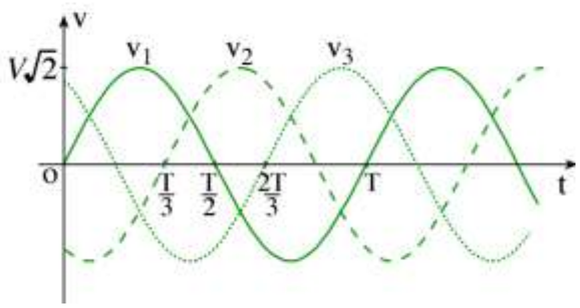
II) Tensions simples et composées

1) Tensions simples (ou étoilées)

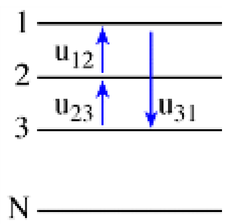


$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$$
$$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

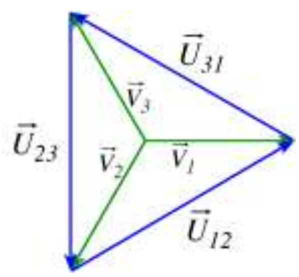


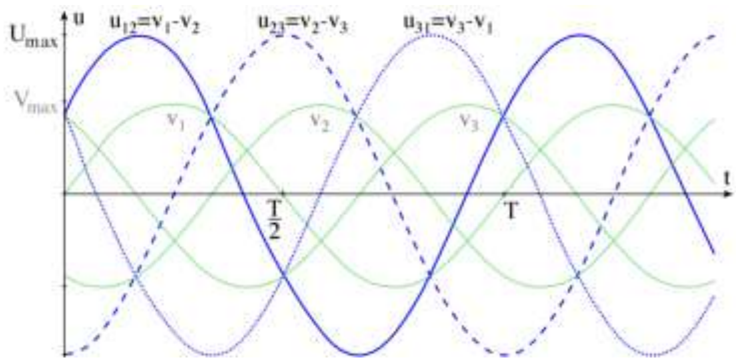


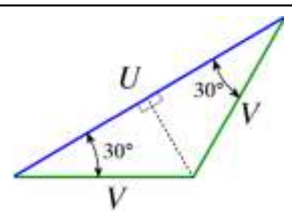
2) Tensions composées



$$u_{12}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$$
$$u_{23}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$
$$u_{31}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{7\pi}{6})$$



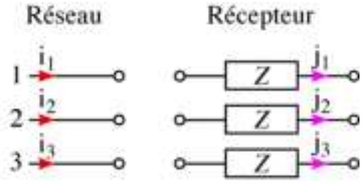




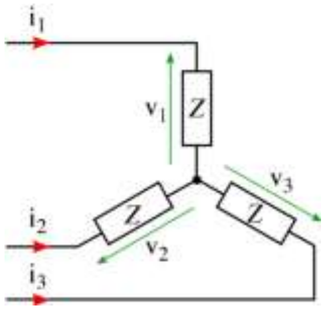
$$U = V\sqrt{3}$$

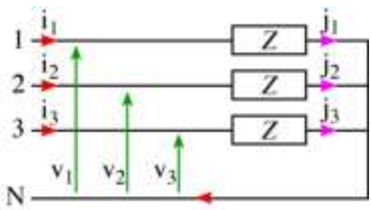
III) Récepteurs triphasés équilibrés

- ✓ Les trois récepteurs sont **identiques**
- ✓ On note **J** les courants **par phase** qui traversent les récepteurs
- ✓ On note **I** les courants **de ligne** qui arrivent dans les fils du réseau



3) Couplage en étoile

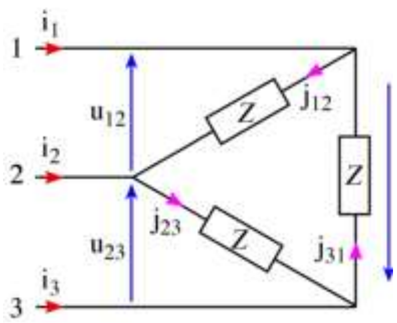


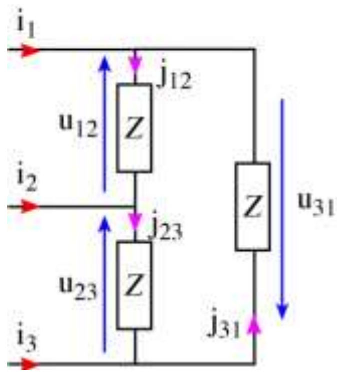


$i_1 + i_2 + i_3 = 0$, donc $i_n = 0$.
Le fil neutre n'est donc pas nécessaire.

$$\boxed{I = J}$$

4) Couplage en triangle





$i_1 = j_{12} - j_{31}$, donc $i_n = 0$.

$$\boxed{I = J\sqrt{3}}$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}.U.I.cos(\varphi)}$$

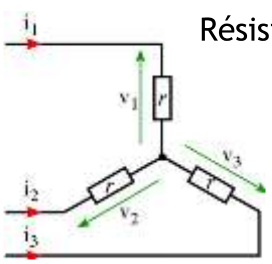
$$\boxed{Q = \sqrt{3}.U.I.sin(\varphi)}$$

$$\boxed{S = \sqrt{3}.U.I}$$

$$\boxed{k = cos(\varphi)}$$

II) Pertes par effet Joule

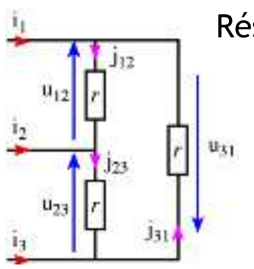
1) Couplage en étoile



Résistance vue entre deux phases

$$R = 2r$$

2) Couplage en triangle



Résistance vue entre deux phases

$$R = \frac{2}{3}r$$

$$\boxed{P = \frac{3}{2}R.I^2}$$

Puissances en triphasé

I) Radiateurs

Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs R = 100 Ω.
Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.

1) Calculer la valeur efficace I du courant de ligne et la puissance active P consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.
2) Reprendre la question avec un couplage en triangle.
3) Conclure.

II) RL équilibré

Une ligne triphasée 220/380 V, 50 Hz alimente trois éléments, chacun d'eux comportant une résistance R = 30 Ω et une inductance L = 125 mH en série.

1) Ces éléments sont branchés en étoile. Quelle est la tension aux bornes de chaque élément ?
2) Calculer l'intensité du courant qui traverse chaque élément.
3) Quelle est la puissance totale dissipée ?
4) Ces éléments sont maintenant branchés en triangle. Répondre aux mêmes questions.

III) Exercice 3

Une ligne 220/380 V alimente trois impédances identiques Z = 30 Ω montées en triangle. On demande la tension aux bornes de chaque élément, l'intensité du courant dans chacun d'eux, l'intensité en ligne, et la puissance totale P dans les trois cas suivants

1) Z est une résistance pure
2) Z est une inductance pure
3) Z est constituée d'une résistance pure R et d'une inductance pure telle que $L\omega = R$

IV) Exercice 4

Une installation triphasée alimentée par une ligne 220/380 V comprend trente ampoules de 100 W et deux moteurs triphasés de 1500 W dont le rendement est 0,8 et le facteur de puissance 0,6.
Que vaut le courant en ligne quand tout fonctionne, ainsi que le facteur de puissance total.

V) Exercice 5

1) On considère la même installation que dans l'exercice précédent. On a placé entre fils de phase trois batteries de condensateurs de capacité 10µF. On demande, quand tout fonctionne, les différentes puissances (P, Q et S), l'intensité du courant en ligne, et le $\cos\varphi$ global.
2) Comparez avec les résultats de l'exercice précédent.

Puissances en triphasé : réponses

I) Radiateurs

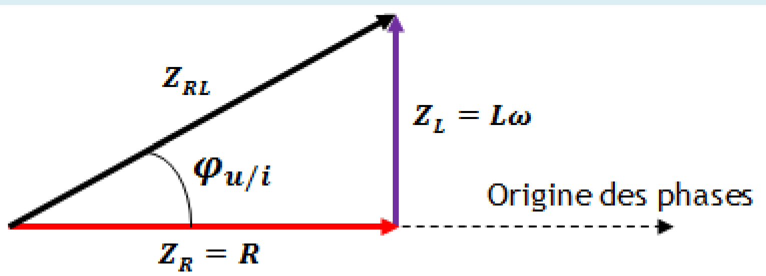
Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs R = 100 Ω.
Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.
1) Montage en étoile
Chaque radiateur est soumis à une tension V et traversé par un courant I.
On peut écrire $V = R \times I$ d'où $I = \frac{V}{R} = \frac{230}{100} = \mathbf{2,3A}$
La puissance active consommée est égale à trois fois la puissance consommée par une résistance soit : $P = RI^2 = 100 \times (2,3)^2 = \mathbf{5,3kW}$
2) Montage en triangle.
Chaque radiateur est soumis à une tension U et traversé par un courant J.
On peut écrire $U = R \times J$ d'où $J = \frac{U}{R} = \frac{400}{100} = \mathbf{4,0A}$
La puissance active consommée est égale à trois fois la puissance consommée par une résistance soit : $P = RJ^2 = 100 \times (4,0)^2 = \mathbf{1,6kW}$
3) On voit donc que dans un montage en triangle la dissipation est moindre que dans un montage étoile.

II) RL équilibré

1) Si les éléments sont branchés en étoile la tension entre leurs borne est égale à V=220V.
2) Aux bornes de chaque élément $V=Z_{RL}.I$ avec $Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
$Z_{RL} = 49,4\ \Omega$ d'où $I = \frac{220}{49,4} = 4,5A$
3) $P_{total} = 3P_{élément} = 3 \times rI^2 = 1,8.10^3W$
4) Si les éléments sont branchés en triangle alors ils ont une tension U=380V entre leurs bornes.
Aux bornes de chaque élément $V=Z_{RL}.I$ avec $Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
$Z_{RL} = 49,4\ \Omega$ d'où $J = \frac{380}{49,4} = 7,7A$
$P_{total} = 3P_{élément} = 3 \times rj^2 = 5,3.10^3W$

III) Exercice 3

1) U=380V, $J = \frac{U}{Z} = 12,7A$, $I = J \times \sqrt{3} = 21,9A$ et $P_{total} = 3P_{élément} = 3 \times ZJ^2 = 14,5.10^3W$
2) U=380V, $J = \frac{U}{Z} = 12,7A$, $I = J \times \sqrt{3} = 21,9A$ et $P_{total} = 0\ W$
3) U=380V, $J = \frac{U}{Z} = 12,7A$, $I = J \times \sqrt{3} = 21,9A$ et $P_{total} = 3P_{élément} = 3 \times UJcos(\varphi)$ avec $\varphi = \frac{\pi}{4}$
donc $P_{total} = 10,2.10^3W$



Si R=Lω alors φ=45°=π/4 rad

IV) Exercice 4

1) $P_{total} = P_{lampes} + P_{moteurs} = 30 \times 100 + \frac{2\times1500}{0,8} = 6750W$
2) $Q_{total} = 30Q_{lampe} + 2Q_{Moteur} = 2Q_{Moteur} = 2P_{moteur} \times tan(\varphi) = 5000var$
3) $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 8400var$
4) $I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = 22{,}0A$
5) $k = \frac{P}{S} = 0{,}8$

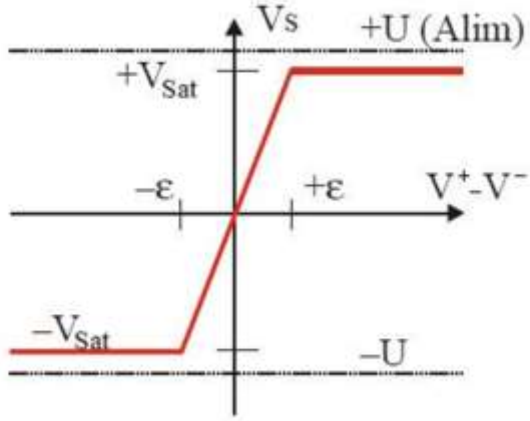
V) Exercice 5

1) $P_{total} = 6750W$ puisque les condensateurs n'apportent pas de puissance active.
2) $Q_{total} = Q_1 + 3Q_{condensateurs} = 5000 + 3 \times (-C\omega U^2) = 4543var$
3) $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 8136W$
4) $I = \frac{S}{U\sqrt{3}} = 21{,}4A$
5) $k = \frac{P}{S} = 0{,}83$

On voit que l'intensité dans les lignes diminue et que le facteur de puissance augmente.

Physique
09

Amplificateur opérationnel



I) Généralités

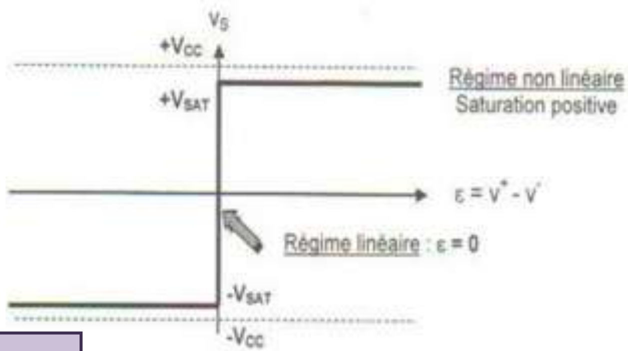
L'amplificateur opérationnel amplifie la tension entre les bornes "+ et -" appelée ε :
A_D est très grand (≈10^5)

$$V_S = A_D \times \varepsilon$$

La résistance d'entrée de l'AO étant très grande, ε est très petit.

La tension de sortie de l'AO ne peut être supérieure à la tension d'alimentation V_S.

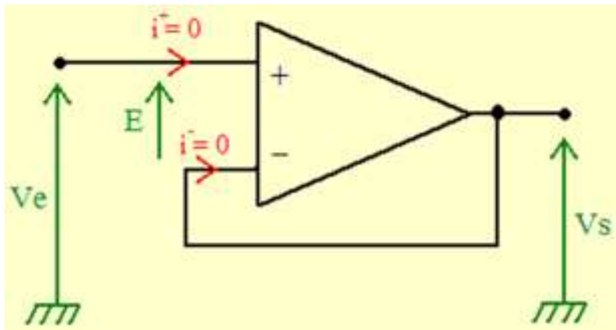
Régime linéaire :
$I^+ = I^- = 0$ A (AO idéal)
$\varepsilon = u^+ - u^- = 0$ V (régime linéaire)
Pour être utilisé en régime linéaire l'AO doit être bouclé (sortie reliée à l'entrée inverseuse).



II) Montage suiveur

La résistance en entrée du montage est **infinie**. Le suiveur de tension permet de prélever une tension sans la perturber, car il possède un **courant d'entrée nul**.

$$V_S = V_E$$

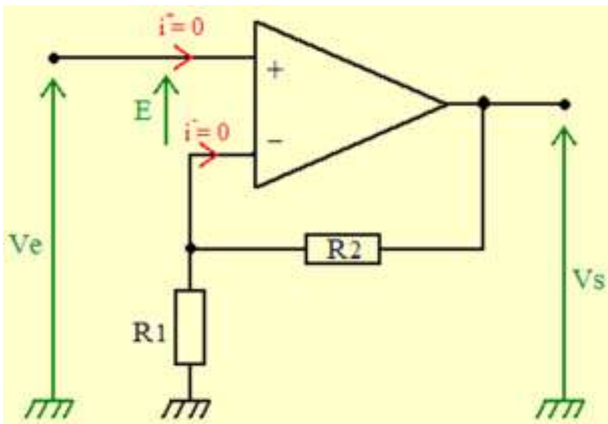


Utilisation :
Ce montage permet d'éliminer la résistance interne d'un générateur ou d'une sonde (pH-mètre par exemple).

III) Montage amplificateur non inverseur

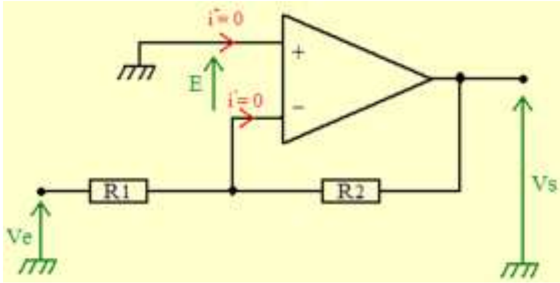
L'amplitude de V_s est supérieure à celle de V_e (c'est pour cela qu'il est "non-inverseur")
La résistance en entrée du montage est **infinie**.
Donc le **courant d'entré est nul**.

$$V_S = V_E \times \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$



Utilisation :
Si la tension d'entrée est sinusoïdale alors la tension de sortie sera **en phase** et d'**amplitude supérieure**.

IV) Montage amplificateur inverseur



V_s peut être soit :
Amplifiée: si $R_1 > R_2$
Atténuée: si $R_1 < R_2$
La résistance d'entré du montage est R_1, donc cette résistance ne peut pas être très élevé par rapport aux autres montages vu précédemment.

$$V_S = V_E \times \left(-\frac{R_2}{R_1}\right)$$

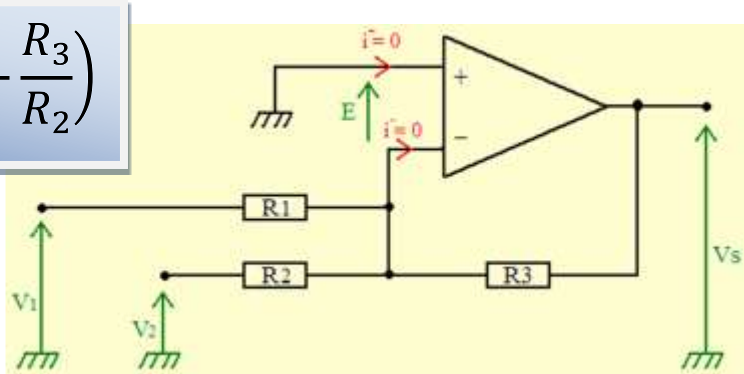
Utilisation :
Si la tension d'entrée est sinusoïdale alors la tension de sortie sera en **opposition de phase**.

V) Montage sommateur

$$V_S = V_1 \times \left(-\frac{R_3}{R_1}\right) + V_2 \times \left(-\frac{R_3}{R_2}\right)$$

ou

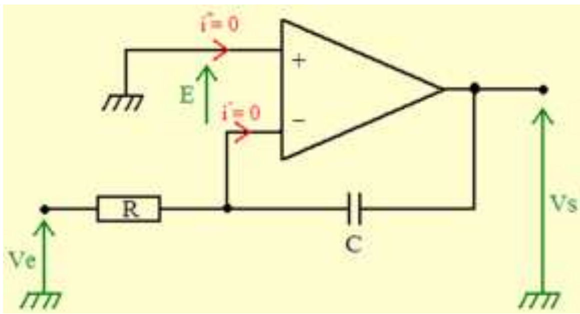
$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_S}{R_S} = 0$$



Utilisation :
Si on utilise les mêmes valeurs de résistances alors la tension de sortie est égale à la **somme des tensions** d'entrées mais en **opposition de phase**.

VI) Montage intégrateur inverseur

$$V_S = -\frac{1}{RC}\int V_E.dt$$

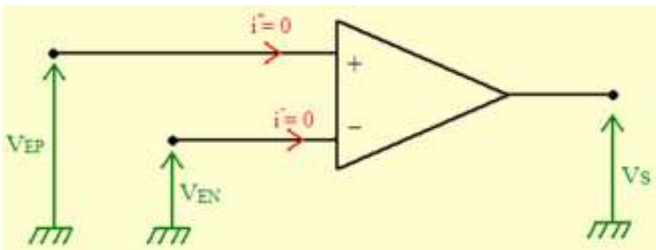


Utilisation :
On pourra par exemple transformer un signal carré en signal triangulaire.

VII) Comparateur : montage non linéaire

Dès que la différence de tension entre les deux entrées (inverseuse et non inverseuse) existe alors la sortie est saturée et :

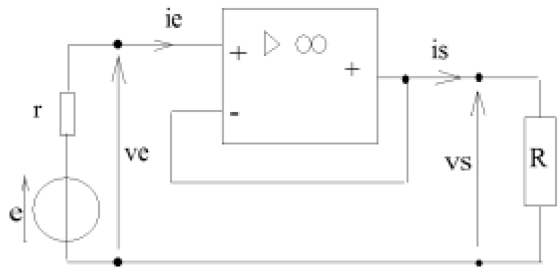
$$V_S = +V_{Sat}\ si\ \epsilon > 0$$
$$V_S = -V_{Sat}\ si\ \epsilon < 0$$



Utilisation :
Permet de comparer deux tensions et de savoir laquelle est la plus grande.

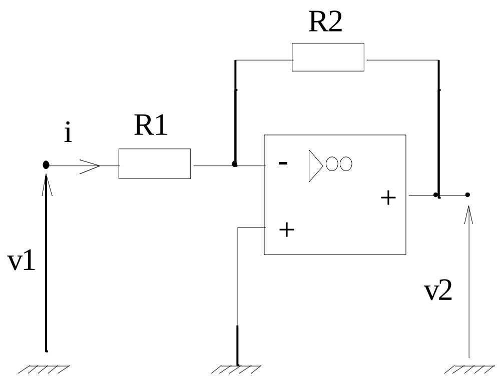
Exercices P09

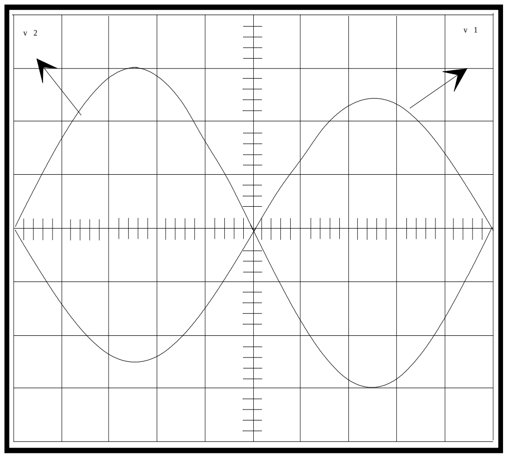
I) Exercice 1



1. Que vaut ie ? justifier
2. Exprimer vs en fonction de ve puis vs en fonction de e.
3. Quel est le nom de ce montage ?

II) Exercice 2

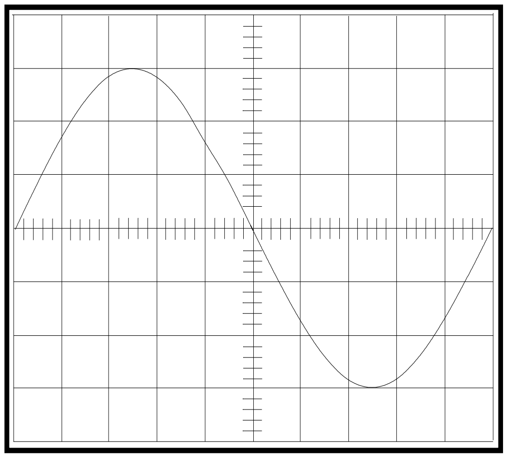




Calibres : v_1: 0,2V/div ; v_2: 2V/div
Balayage :0,5ms/div

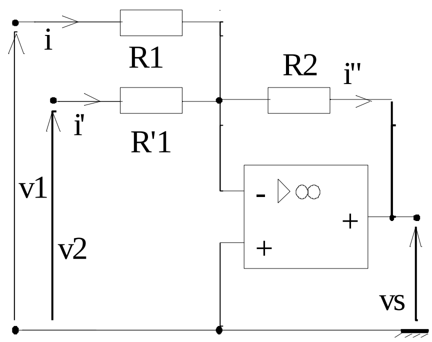
Données : $R_1=1k\Omega$ et $R_2=12k\Omega$

1. Exprimer $v_1=f(v_2)$. Comment s'appelle ce montage ?
2. L'AO fonctionne en régime linéaire. Expliquer Pourquoi.
3. Que dire des courants i_{R1} et i_{R2} ? Justifier.
4. Exprimer v_S en fonction de v_e, R_1 et R_2. Cela correspond-il aux mesures sur l'oscillogramme ?
5. vsat = ± 12V : calculer V_{1MAX} pour éviter la saturation.
6. Tracer $v_2(t)$ sur le deuxième oscillogramme ci-contre.



Calibres : v_1: 0,5V/div ; v_2: 5V/div
Balayage :0,5ms/div

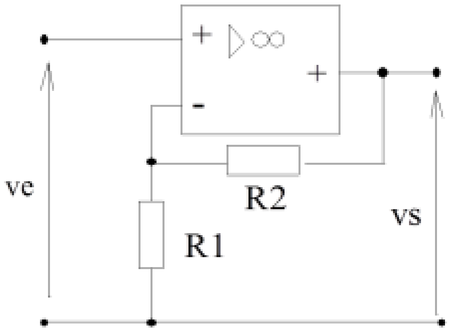
III) Exercice 3

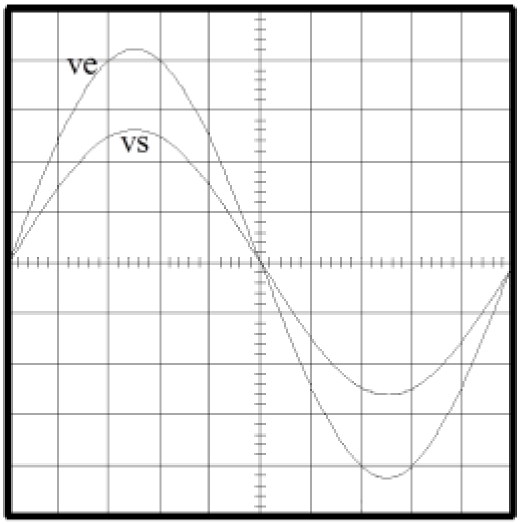


1. Ecrire une relation entre les différents courants.
2. Ecrire les lois des mailles d'entrées et de sortie et en déduire vs en fonction de R_1, R'_1, R_2, v_1 et v_2.
3. $R_1=R'_1=1k\Omega$ et $R_2=2k\Omega$. Exprimer vs en fonction de v_1 et v_2 et conclure.

IV) Exercice4

1. Déterminer les valeurs efficaces des tensions, leur fréquence et l'amplification du montage.
2. Analyser le fonctionnement du montage et déterminer l'amplification en fonction de R_1 et R_2.
3. Calculer R_1 si R_2=100kΩ.
4. Calculer la valeur maximale de ve pour ne pas saturer (Vsat=10V)



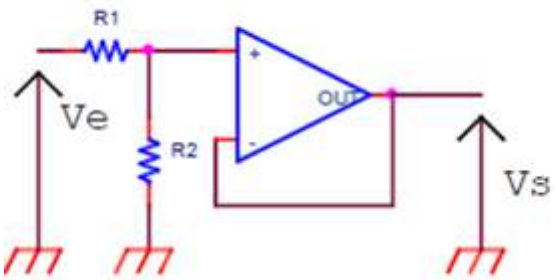


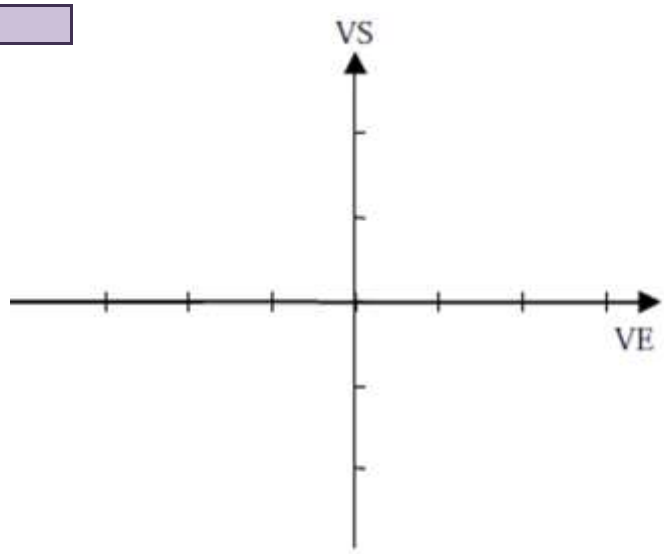
Calibres : vs: 2V/div ve: 50mV/div
Balayage : 50µs/div.

V) Exercice 5

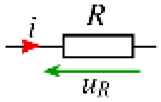
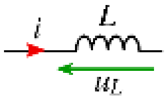
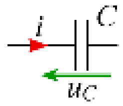
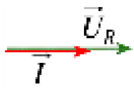
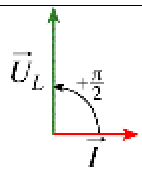
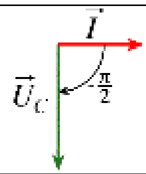
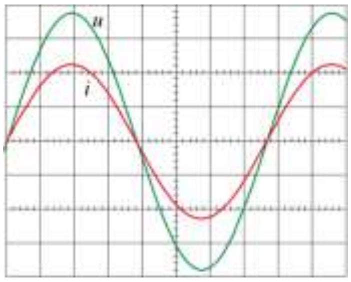
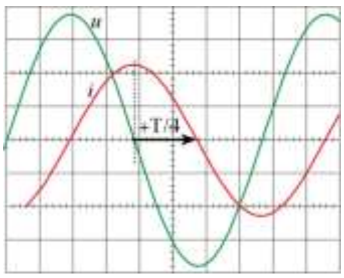
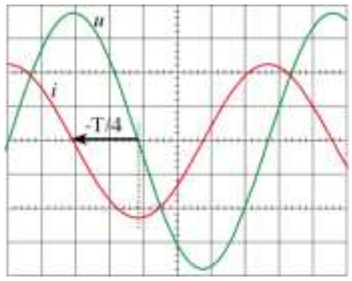
1. Exprimer Vs=f(Ve).
2. Représenter ci-contre Vs=f(Ve).

Données : R_1=6kΩ R_2=2kΩ V_{SAT}=12V

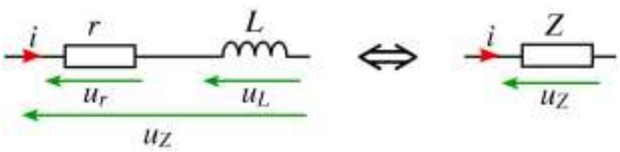




Résumé : les dipôles passifs linéaires

	Résistance R	**Inductance L**	**Capacité C**
Schéma			
Equation fondamentale	$u_R = Ri$	$u_L = L\frac{di}{dt}$	$i = C\frac{du_C}{dt}$
Impédance Z (Ω)	$Z_R = R$	$Z_L = L\omega$	$Z_C = \frac{1}{C\omega}$
Relation entre les valeurs efficaces	$U_R = R.I$	$U_L = L\omega.I$	$U_C = \frac{1}{C\omega}.I$
Déphasage φ (rad)	$\varphi_R = 0$	$\varphi_L = \frac{\pi}{2}$	$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$
Représentation de Fresnel			
Puissance active P (W)	$P_R = U_R I = RI^2 = \frac{U^2}{R}$ *R absorbe P*	*0*	*0*
Puissance réactive Q (VAR)	*0*	$Q_L = U_L I = L\omega I^2$ *L absorbe Q*	$Q_C = -U_C I = -C\omega U_C^2$ *C fournit Q*
Chronogramme			

- ***La bobine réelle***



Z est l'impédance de la bobine (en Ohms ; Ω).

$$\boldsymbol{Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \text{ et } \boldsymbol{\tan \varphi_{u/i} = \frac{L\omega}{R}}$$

- ***Le condensateur réel***

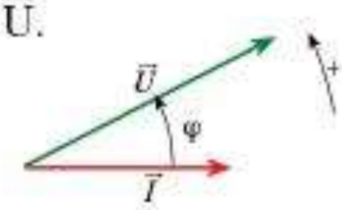
Le condensateur réel ne s'éloigne du condensateur parfait que pour les très hautes fréquences (f> 1 MHz) .

Nous considérons ici que le condensateur est parfait.

Mesure du déphasage à l'oscilloscope :

Déphasage en représentation de Fresnel

φ est l'angle allant de $\vec{I}$ vers $\vec{U}$.



Déphasage à l'oscilloscope

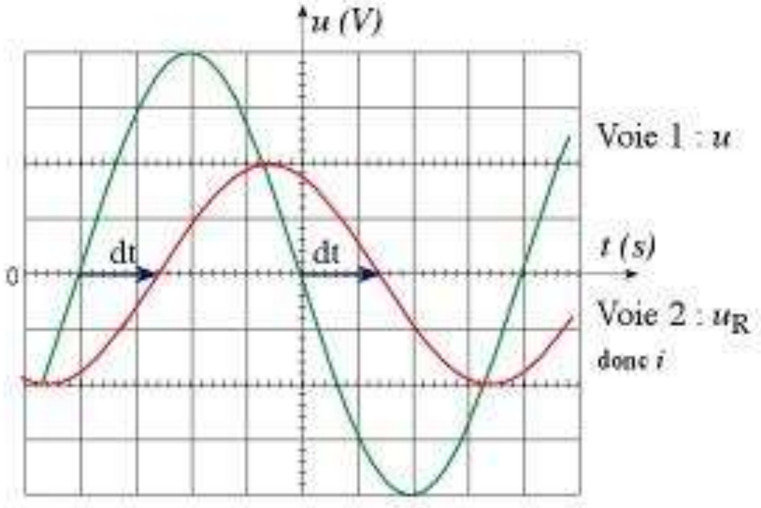
Il faut mesurer l'intervale de temps dt allant de ***u*** vers *i* (u_R) et le convertir en angle par une règle de 3.

T	360°
dt	φ

soit $\varphi = \dfrac{360.dt}{T} = 360.f.dt$

Remarques :

- Le déphasage se mesure à l'oscilloscope de *u* vers *i*.
- Il faut choisir dt entre deux fronts montants ou deux fronts descendants.
- Les deux signaux doivent être parfaitement centrés sur l'origine.



Exemple: $dt = 1,4\,div \times 0,5ms\ /\ div = 0,7ms$

$T = 8 \times 0,5 = 4ms$

$\varphi = 2\pi\dfrac{dt}{T} = 2\pi\dfrac{0,7}{4} = 1,1\,rad \quad ou \quad 63°$